

# 國小六年級學生在電腦多重表徵情境 下解題之補救教學研究

謝哲仁<sup>1</sup>、黃月芬<sup>2</sup>

<sup>1</sup>臺南護理專科學校 <sup>2</sup>臺南大學數學教育研究所  
700-43台南市民族路二段78號  
chejenhsieh@mail.ntin.edu.tw

(投稿日期：96年9月4日；修正日期：96年11月9日、12月11日；接受日期：96年12月18日)

## 摘要

本研究利用電子試算表的功能，設計多重表徵互動式文字應用情境問題之電腦輔助教材，以國小六年級怎樣解題單元為主，來學習正、逆向規律性解題。研究中選取學生三名，研究個案學生如何運用圖形表徵變化的關係，自行找到解題規律的能力。前測時，其中一名個案解題能力達到Sierpiska 將理解(understanding) 分成四個範疇最基礎的識別(identification) 層次；另二名個案則介於識別、辨別(discrimination) 的層次。補救教學結束後，在後測表現中，第一名個案提升到歸納(generalization) 的應用層次。另二名個案晉升到歸納、綜合(synthesis) 的較高層次。因此，學生透過電腦多重表徵的學習情境，進行文字題補救教學時，可有自行尋求正向與逆向解題規律性的能力。三位個案學生透過電腦學習規律性解題的課程設計，能引起學習興趣並增進學習的效果。

關鍵詞：規律性解題、多重表徵、電腦輔助學習、解題

## 壹、研究動機

在現代科技社會中，如果教師不能帶給學生瞭解問題上面「合理性、真實性」的意義時，那麼就算是運用再多的數學教學技巧，讓學生參與更多問題的演算，學生所學習到的，恐將只是反覆練習固定算術的狹隘知識。數學科學習的認知歷程較為複雜，爲了幫助有困難的學生進行有意義的學習，進而獲得正確的數學知識概念與解題策略，教師應設計對學生而言是「合理性、真實性」的有意義補救教學情境，以引起學生動機並增進其主動學習的機會。

在學習數學概念時，學生所遭遇的問題通常較為簡化，但在日常生活中所遭遇的問題則較為複雜，數學模型的建立通常必須先將情境問題化，這時就得透過文字的轉化與界定，在學校數學課程中，文字題的教學是最能讓學生有機會去連結外在的情境與數學知識(Verschaffel, De Corte, & Lasure, 1994；Wyndham & Säljö,1997)。

文字題(word problem) 在數學學習相當重要，所以在小學的數學課程中，出現的頻率甚高。如果想要成功的解答文字題，需要由各項技能相結合與協調，例如情境問題的理解、文字的閱讀、不同的解題方式以及計算能力等等。82 年課程所重視的解題能力可從兩方面來看：一是指學生本身面對數學問題的思考與解決的能力，每個學生都有自己不同的思考模式和解題方法；二是學生透過師生應對或同儕腦力激盪的過程，將想法與他人溝通產生互動，並且說明其解題方向的合理性或提出疑問的能力。九年一貫課程中提到要培養學生表達、溝通與分享的能力。針對數學教育而言，就是要培養學生（1）結合一般語言與數學語言說明情境與問題（2）從數學的觀點推測及說明解答的屬性與合理性（3）與他人分享思考歷程與成果的能力（教育部，2002）

故解題能力不但包括數學知識的運用、問題本身的瞭解，還包括溝通、解釋、分析及評鑑的能力。由於情境題需有多項能力，所以在兒童認知發展的過程中，是較為困難的。黃敏晃(1987) 指出美國的中小學生數學解題之所以失敗，60% 是沒看懂題目。可見文字題常令人不知所措，所以學生只要碰到跟文字題有關的題材，成績便會大幅滑落甚且對其相當排斥、痛恨。

在數學文字題中畫圖形或是表格整理，對兒童解題而言是一個關鍵，這種多重表徵的應用，可以轉化成解題過程的鷹架，將有助於學生的解題。尤其文字題，常需要用到2 或3 個步驟來解答時，如果學生僅能就題目中的數字來做加、減、乘、除運算，卻無法與其心像或基模知識相連結，以致於產生有意義的行動，解題也將因此停頓。如何改善此情形，幫助低成就的學童持續進行有意義的解題行動就是本研究的重點。

各國的數學教育政策隨著社會變遷與電腦科技的快速發展而有所調整。這些策略中，除了規定基本的學習內容外，將數學文字解題視爲應用數學知識的經驗歷程，強調結合生活經驗，讓學生學習到完整而有系統、並非凌亂散漫的數學知識，如此的數學知識才有意義。英國國定課程(Department for Education and Employment., 1999)，在「使用及應用數學」應達成的目標中，也希望學生能發展自己的解題策略，並將它使用在數學及實際的脈絡中，試著尋求屬於自己想法的答案；而且要學生檢查結果是否有意義，要學生以符號、文字及圖示來顯出其對情境的了解並對其結果要有簡單的結論，以及推理的解釋。新加坡的數學綱要(Ministry of Education, 2001)，更是以數學問題解決爲綱要的核心，包括在實際工作，真實生活問題以及在數學本身中，使用及應用數學。荷蘭的課程標準(1998) 則呈現出真實數學教育中的真實(realistic) 性(孫曉天，2000)。

我們無意推崇「概念理解」，摒棄「計算技巧」，實際上在數學領域中，基本解題技巧與理解概念是錯綜複雜、密不可分(伍鴻熙，2002)。Collis(1975) 依據學生所理解的觀念，將學

校課程中有關的文字符號概念細分為多個層次，他認為學生在後來解題時所發生的困難，來自於學生對於文字符號缺乏有意義的了解。如果學生對這些知識沒有完全的理解與徹底的掌握，會產生妨礙學習的迷思概念，並使學生產生了一致的系統性錯誤（systematic error）。因此，徹底了解文字符號的意義，才能解決數學情境應用的問題。而符號意義與基模知識與語言、語意有關，以往只有富想像力的學生比較能心領神會。如今，拜科技所賜，許多數學的抽象概念已經能藉由科技媒體具體的表現出來，也因此給予學習者更多的機會可以專注在解題的行為及意義的產生。電腦的輔助使用，已經是世界共同的趨勢，也是現階段的教師必須採用的新型態教材教法(Kaufman,1987)。

洪明賢、謝豐瑞(2003) 將數形規律的問題概分為形的規律、數的規律、數形規律及數形情境等四種分類。在形與數的概念發展中，許多部分是經由抽象化與統整經驗而來。數可表現出物體量的大小；而圖形可表現出物體的形狀、大小、位置等。在察覺圖形的規律上，學生對圖形的辨認是最先要面臨的問題。辨認是相當抽象的，從剛開始沒有感覺到感覺進而獲得知識、記憶與思考的交互作用。辨認應解釋為「看得出」、「觀察後知道是什麼」等意思，尋找出相同的標準圖案。而「類比」更是在察覺圖形規律中關鍵的概念。

本研究目的學生透過電子試算表(Excel) 學習情境中，進行文字題解題補救教學時，是否有自行尋求正向與逆向推理解題規律性的能力？本研究將怎樣解題單元劃分為四種問題情境：數字問題、數形問題、數列問題、規律情境問題等四種。數字問題與數字的加減乘除運算相關；數形問題與三角形、正方形、六邊形圖形解題相關聯；數列問題與花片、數字的排序；情境問題與火車座位、圓桌合併、長方形黏貼相關。

## 貳、文獻探討 一、解

### 題的相關理論

數學文字題並不是指將題目所給的數字經過加、減、乘、除運算的機械式、難解的問題(Lieven, 2000)，而是指以語文的方式來描述問題情境的數學問題，其中包括了語文知識與計算技巧，文字題也是用來考察兒童運用推理思考、解決日常生活中數量問題的能力；也有學者認為文字題就像是概念錯誤的學生再教育及克服學習障礙的診斷工具(Jarmila, 2000)。Polya 在1945年的「怎樣解題」一書中提出解題的四個步驟：瞭解問題、擬定計劃、執行計劃、解題回顧，已經成為現在研究解題的一重要參考。

秦麗花(1994) 對數學學習障礙兒童解題能力調查發現：數學學習障礙兒童的解題能力很低，在總分60分的分數中，其平均數只有將近30分，標準差很大(SD=14.7)，有40.7%的數學學習障礙學生對於題目只是盲目的使用加、減、乘、除，經過實地訪談發現，造成其盲目運算的最大原因是許多數學概念知識的不足，因此提高數學學習障礙兒童的解題能力，充實其基本的數學概念是需要的。

Brown et al (1989) 情境認知(situated cognition) 是經由活動所衍生的綜合性知識，與過去強烈區分被學習或如何學習的知識有很大的不同。知識的學習是在教與學的互動中的建構，是從活動、脈絡情境和文化中所產生或參透的部份知識。因此與過去一般化知識所得的階段論說有所不同。情境的認知是研究某些特定人的某種知識在特定的脈絡如何被學習與形成的。綜合以上觀點，數學文字情境解題對學童的日常生活情境應用相當重要，兒童對解題技巧的學習態度，將影響兒童運用推理思考的能力，教師在教學情境中善用教學策略和方法也是重要因素之

一。

從推理的行動中，皮亞傑將心像的發展區分三個階段。兒童最早期的心像是內化模仿動作所產生，是行動對於某一物件的自發性的反應，因此是行動的基模( a schema of action, Piaget, 1967, p294)，Thompson(1994) 進而解釋，此時的心像是藉由行動作用在物件，所產生的結果。兒童內化物件藉由內化行動的結果。在此階段我們對數學的理解是藉由抽象數個行動的結果。第二個心像的發展階段則是心智實驗的雛形，在此階段的心像是物件的表徵，是行動加諸在物件的結果並與行動的轉化相互獨立，諸多加諸在此物件上的行動並未被協調與內化。第三個階段則是兒童將對物件形成的心像，可用於支援心智實驗，並可用數量關係來支援學童的推理。在此階段的心像，建立在是否內化序列的心智操作，亦即將對諸多行動的一致性，進行考驗。心像會隨著心智的操作而改變，但心智的操作也被心像所限制。心像留有很多可操作的痕跡，而對於操作的結果必須有其一致性。

Hoyles (1993) 的研究指出，個案學生在以電子試算表，展示正多邊形數後，能夠推論出正五邊形數是等於 $3 \times (\text{前一個正三角形數}) + \text{其數序位置}$ ，將3 再一般化成直欄走了多遠；例如4，就可算出正六邊形數，這種一般計算以正三角形數為基礎再利用相關的位置計算出未知正n 邊形數的一般化公式，Hoyles 稱為可換起的計算物件(evocative computational object，簡稱ECO)，以數學的表示方式則為 $P_{k,n} = (k-2) T_{n-1} + n$ ； $P_{k,n}$  表第n 項的正k 多邊形數，T 是正三角形數。

表1  $P_{k,n} = (k-2) T_{n-1} + n$   $P_{k,n}$  公式表

	A	B	C	D	E
1	數序	1	2	3	4
2	正三角形數	1	3	6	10
3	正四邊形數	1	4	9	16
4	正五邊形數	1	5	12	22
5	正六邊形數	1	6	15	28

在microworld 的互動中，有兩種互補的處理過程，經由建構和操作ECO 使數學概念更具體化，另一則是經由累積情境中的抽象形成與行動相關聯的知識。當學生在玩耍ECO 等於在某種脈絡情境下提供某種數學的具體經驗，當累積適當的經驗後，重組經驗可以再表徵這些數學的關係。這種知識萃取的過程尤如將一潛藏式的知識轉化成外顯的知識表徵。從Thompson(1994) 解釋觀點中瞭解到，若學生達到此項知識表徵則進入皮亞傑心像發展的第三個階段。

Sierpinska(1992) 將理解(understanding) 分成四個範疇：一、識別(identification)：能從一堆物件中，迅捷地找出所求的物件。二、辨別(discrimination)：能區分兩物件的不同。三、歸納(generalization)：能從所習得物件抽取藉由自行輸入數值及演算，以增進對題意的理解，進而假設出變數，其相關或不相關之屬性並能推廣之。四、綜合(synthesis)：能將不相關的事實、屬性、關係或物件關聯在一起。

Van Hiele 的數概念發展理論學生在數形規律的問題中，常將每項之間的關係抽象化表徵為數的關係。所以，在數的概念發展中Van Hiele 曾提出三個層次(引自Gravemeijer, 1994)：

- 1.基礎層次：在嘗試觀察量並以具體的實物來操作。
- 2.一階思考：觀察數量之間的關係，開始產生關係架構( relational framework )的想法。

3.二階思考：關係之間的探討，開始建立各種連結和邏輯化，並且有意義的學習。

根據Van Hiele 的觀點，找出數與數之間的關係，並以各種表徵方式呈現出不同的關係，將數字間的關係邏輯歸納成規律（pattern），整理出有意義的解題系列，是屬於一階或二階的思考。

Lannin（2003）探究學生歸納數字情境的研究中，認為數字情境會被歸納成規律性的變化，解題策略有助於算術和幾何關係之間深刻的理解，學生嘗試做出歸納的時候，便提供機會整理或討論出屬於自己的規律性。

研究中發現學生的解題策略，成功的找出一般化的規律：

1.計數（counting）：直觀法的解題策略，相當於Van Hiele 數的概念基礎層次。

大多數的學生都以直觀法來尋求答案，教師可將數字放大，使其無法運用直觀方式得到答案，促使學生思考如何運用計算式來敘述情境，這是抽象化思維的第一步。

2.遞迴（recursion）：察覺出「變項與下一變項的關係」這個規律，具代數思維。相當於Van Hiele 數的概念一階思考層次。

大體來說此策略是非常有用的，可以循序漸進得到答案，當邊長數字拉大時，經過適度引導，此種策略仍可以繼續發展成明確的規則。

3.取決於文章脈絡（context）：將規律推衍形成數學模式。相當於Van Hiele 數概念的三階思考層次。

此種策略意即學生能將所找到的規則與實際的情境連結起來，而且能立即計算出在任一情況，能幫助學生成功找到一般化的規則。

2 4.比例調整（proportion adjustment）：將尋求出的規律以比例概念來調整或推廣其適用範圍，相當於Van Hiele 數的概念二階思考層次。

此策略與圖形形成的概念有關，運用到較抽象的推理，了解此觀念的學生，同時也會連結其斜率概念。

## 二、電腦輔助教學

Hsiao(1995) 觀察到若使用電子試算表，則可以解決程式設計這個問題，Morishita, Iwata, Yoshida & Yoshida (2001) 認為在電腦使用的經驗中，學習程式語言必須花很長的一段時間來完成，想要在有限的時間內完成相當困難；他們發現到電子試算表操作容易，而且可以快速的得到想要的結果。在數學教學中，電腦輔助教材的設計對於教師而言的確是一大挑戰，也是困難之一，而電子試算表易於操作且功能強大的特性，是一個適合融入數學教學的軟體。電子試算表是一個中文化且很容易在一般的學校就可以使用到的軟體。電子試算表本身是一個被切割成65536\*230 的儲存格的環境，輸出與輸入的儲存格是動態的連結，只要更改輸入的儲存格，其連結的輸出儲存格就會被動的反應相關的結果，因此具有動態的連結效果與多重表徵（圖形、數值、文字）特性（謝哲仁，2001）。

茲將國內學者做有關電子試算表的研究情形列表如下：表2 針

對使用電子試算表研究者的結果分析

研究者及年代	研究對象	研究目的	研究結果
曾振家 (2002)	國小五年級分數加法學習分實驗班和控制班各選一班	在分數的加法中，比較學生於「電腦輔助教學」和「一般教室教學」情境中的學習差異。	五年級在分數加法學習上，實驗組高、中分群學生的表現顯著優於控制組高、中分群學生。實驗組優於控制組。Excel 電腦輔助教學可以引起學生的學習興趣。

陳正明 (2003)	一位國二學生	利用Excel 設計輔助教材，進行線型函數單元的補救教學活動。	1.後測中，學生的線型函數概念三個主要表徵（表列、代數式、圖形）能力提升。2.由延後測的結果顯示，學生線型函數概念具有良好的保留效果。3.學生喜歡電腦輔助學習的方式，可提昇學習動機。
蘇耿進 (2005)	三位國二學生	以利用Excel 設計電腦輔助教材進行教學活動，讓學生在解文字應用題時可以列出正確的二元一次聯立方程式。	學生在解文字應用題時，文字的轉譯及列出二元一次聯立方程式的概念有比較完整的建構，可以列出正確的聯立方程式。學生在數學運算技能，沒有進步。學生的學習態度變得比較主動。
謝哲仁、林榮貴、蔡欣潔 (2006)	國小五年級三位學生	利用Excel 設計五年級因數與倍數文字題單元的電腦輔助教材，並應用此教材進行補救教學。	補救教學的過程中，個案可找到線索以理解題意，面對文字應用題不再恐懼；利用Excel 設計之活動有助於學生文字題的轉譯。透過文字題的轉譯，對個案學生在理解因數與倍數的概念方面有提昇。藉著電腦教學媒體的幫助，吸引學生的學習數學的興趣。
謝佩君 (2006)	高職二年級三位學生	運用Excel & Gsp 設計電腦輔助教材並進行線性規劃文字應用題的補救教學，探究學生線性規劃單元解題能力及概念轉變。	1.在後測中，三個個案的線性規劃的解題能力均有提升。延後測與後測的表現一樣，顯示補救教學的成效具有的保留效果。2.在動態電腦輔助教學中，學生學習態度積極、主動，提升學生的學習興趣與意願。

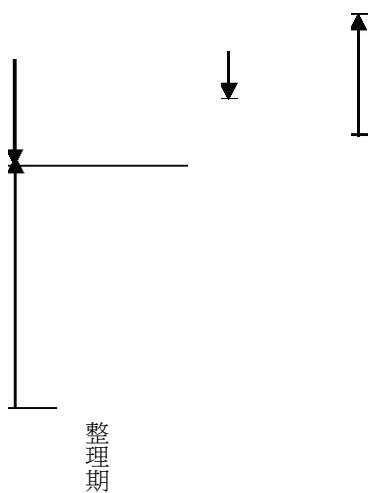
從以上研究可知，學生經由電腦輔助課程的教學，對數學的學習態度較積極、主動。在文字解題方面學生理解題意，做數學不再有恐懼現象發生。接受電腦輔助課程後程度皆有相當的提昇；甚至在後測時教學成效佳。

## 參、研究方法 一、研究方法

本研究屬於質性研究，採取個案研究法。以南一版怎樣解題單元對國小六年級學生進行研究，在完成怎樣解題診斷的預試與題目刪改後，進行前測、現場觀察、錄影、錄音之外；並配合訪談、學習日誌、學習態度量表、後測、作為多元資料之詮釋。希望藉由此研究作為將來電腦教學的參考指標，由研究者所教班級中針對試題選取中、低成就學生三名進行該單元訪談，在補救教學前進行數學學習態度與興趣問卷前測，藉以了解學童對於數學的一般學習方法、學習過程、學習態度及學習興趣。補救教學前一週，利用一次上機(30分鐘)為適應期，熟悉補救所需要的電腦基本能力如計算、畫圖、數值輸入、文字回饋等相關用語。開始進行正式的補救教學，為期約9週，在30分鐘的補救教學中，為瞭解學生解題的思考模式，請個案同時填寫該單元活動的學習日誌，在每個小單元之後，有一個小練習題以確認學生了解解題技巧。為了學習成效在每個大單元後，搭配學習單的作答(30分鐘)並進行訪談以了解學生的補救教學進度，若答對80%再進行下一單元，否則重回該單元的課程進行補救。教師於補救教學後撰寫研究日誌，其內容包含學生的學習特徵、操作的問題、特殊操作的影響、及特殊操作的訪談等。

完成「Excel」電子試算表教學軟體」補救教學後一週，由研究者進行怎樣解題測驗後測，施測時間為30分鐘，主要在瞭解個案學生經補救教學後，學生對怎樣解題正向與逆向解題的能力，並填寫數學學習態度量表與電腦教材使用問卷。

以下為研究流程架構：



研究計劃擬定

準備期

實施期

□ □ □

- ※編定怎樣解題測驗試題
- ※設計電腦輔助教學教材內容
- ※設計學習態度調查表

□ □ □ □ □ □ □

- ※前測試題進行樣本施測
- ※進行難度及鑑別度分析
- ※刪選預測試題
- ※電腦輔助教學環境與教材內容測試
- ※預測與選取個案並同時進行訪談
- ※個案填寫學習態度調查表
- ◎個案進行電腦教材學習

教學後進行



學習單、學習日誌研究者日誌

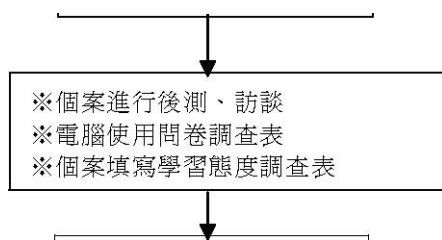




※資料研究分析



彙整撰寫論文



圖一 研究架構流程圖

## 二、研究對象選取

研究者發現即使是高成就學童，在進行怎樣解題時仍有學習困難，尤其以逆向解題尋求規律性為多，所以個案的挑選不只是一般的低成就學童；在他們學習完怎樣解題單元的教材後，進行第一次段考評量，將學生分成低、中、高分組，按照成績的高低排列，從裡面篩選出一位低成就與二位中成就的學生，並進行訪談，作為接受電腦輔助教學研究的對象。

表3 九十五學年度六上第一次段考數學成績分布及個案學生成績

績			
91	89	89	
81	80	78	77
41	39	25	

低成就學生S1：43 分

## 三、診斷測驗

本研究之診斷測驗試題係參考郭國清(2006)研究「國小五年級學童一實施數形規律單元」中的測驗題目及參考國小第十冊數學課本、習作、數學備課用書籍、教學指引，參考相關文獻，南一光碟題庫等資料後，並結合數位國小數學教師及研究者本身之教學經驗，選出適合的試題。再與多位資深數學教師、教授進行討論，完成預測試題卷。測驗題目包含數字問題、數形問題、數列問題及規律情境問題，共四種問題情境；數字問題包括：加減法(題號一)、倍數(題號二)、面積(題號三)；數形問題包括：彩球(題號四)、正方形周長(題號九)、六邊形木棒(題號十)；數列問題包括：鞋櫃順序(題號五)、規則數列(題號七)、花片排列(題號八)；規律情境問題包括：火車座位(題號六)、圓桌合併(題號十一)、長方形黏貼(題號十二)。進行預試後，刪去難度不佳的試題。在難度選擇標準方面，Aiken (1976)認為難度指數在20%~80%範圍的題目最合宜，以接近50%者最適當。本份預測試卷的難度指數是35.29%~94.12%範圍，故研究者修改或刪除部分難度介於20%與80%的題目，使得正式施測試卷的難度維持在35.29%~79.41%之間，成為本研究診斷學生怎樣解題之重要工具，題目難易度分析如下：

表1 數學怎樣解題診斷測驗試卷題目難度分析

單元名稱	題號	正向解題					逆向解題		
		◆0.68	◆0.76	◆0.79	◆0.79	◆0.74	◆0.79	◆0.79	◆0.74
字的加減	一	◆0.68	◆0.76	◆0.79	◆0.79	◆0.74	◆0.79	◆0.79	◆0.74
字的乘除	二	◆0.79	◆0.79	◆0.79	◆0.79	◆0.79	◆0.79	◆0.79	◆0.74
面積	三	◆0.79	◆0.79	◆0.79	◆0.79	◆0.79	◆0.79	◆0.79	◆0.74
彩球	四	◆0.68	◆0.68	◆0.65	◆0.65	◆0.65	◆0.65	◆0.65	◆0.65
鞋櫃問題	五	◆0.47	◆0.47	◆0.59	◆0.59	◆0.59	◆0.59	◆0.59	◆0.59
火車座位	六	◆0.56	◆0.56	◆0.76	◆0.76	◆0.76	◆0.76	◆0.76	◆0.76
規則性數列	七	◆0.74	◆0.74	◆0.74	◆0.74	◆0.74	◆0.74	◆0.74	◆0.74
花片排列	八	◆0.71	◆0.71	◆0.47	◆0.47	◆0.47	◆0.47	◆0.47	◆0.44
正方形周長	九	◆0.65	◆0.65	◆0.53	◆0.53	◆0.74	◆0.74	◆0.74	◆0.65
六邊形木棒	十	◆0.79	◆0.79	◆0.71	◆0.71	◆0.71	◆0.71	◆0.65	◆0.35
圓桌合併	十一	◆0.76	◆0.38	◆0.71	◆0.71	◆0.47	◆0.47	◆0.71	◆0.71
長方形黏貼	十二	◆0.74	◆0.59	◆0.50	◆0.38	□0.71	□0.71	□0.71	□0.71

實測人數：50人進行題目預試後，由預試結果，選取難易度合適的題目，編製完成測驗試卷。故本次的測驗試題具有專家效度及內容效度。

#### 四、電腦輔助教材之設計

本研究希望透過電腦輔助教材設計出具有多重表徵的學習環境，幫助學童學習怎樣解題的技巧，讓學生經由親自操作瞭解圖像與題目的相互聯結，建構出正確而快速的解題概念。利用多重表徵(multiple representations)建構解題過程，應用電子試算表設計出的電腦輔助教材說明及範例圖示如下：

- (一)文字表徵—說明或解說問題。
- (二)數字表徵—數字變化顯現與運算。
- (三)圖形表徵—各圖形與表格相互間之關係。如圖2、圖13

圖 數字有加減圖 數字有乘除

Ex1-1 依照數字或算符的規律，填進的數比得到相同的數。完成下表，並解答下列問題。

依乘數或除數填入正確答案	1	2	3	4
被除數	20	27	30	35
除數	11	12	21	42

正向解題 → 加油！再想想看！

逆向解題 解題方法：  
 直接輸入數字會 自動算出答案

1) 如果填進的數字是 11，則填進的數是 220。  
 ↓ 可改變數字囉！ 加油！再想想看！

逆向解題 解題方法：  
 直接輸入數字會 自動算出答案

2) 如果填進的數字是 12，則填進的數是 216。  
 ↓ 可改變數字囉！ 加油！再想想看！

如果無法算出答案請以下列方法練習

Ex2-1 依照算符或的規律填進每個空格，填成下面的問題。

依乘數或除數填入正確答案	1	2	3	4
算式	10	14	20	30
算式	10	14	20	30

正向解題 → 加油！再想想看！

1) 如果算式 10 的運算符是乘號，則填成下面的問題。

算式	10	14	20	30
算式	10	14	20	30

2) 如果算式 10 的運算符是除號，則填成下面的問題。

算式	10	14	20	30
算式	10	14	20	30

圖 4 長方形的面積圖、三角形的彩球問題

1. 子 1-1 如果長方形的面積是 900 平方公分，完成下表，並回答下列問題。

邊長(平方公分)	100	300	300	900
寬(公分)	1	0	3	300
長(公分)	900	300	300	0

正角解題 → 注意！再檢查！

正角解題 注意！此數應為 90 的因數

如果寬是 100 公分，則長是 900 公分。

1 可改變此數字 加減！再檢查！

寬

長

正角解題 注意！此數應為 90 的因數

如果寬是 300 公分，則長是 300 公分。

1 可改變此數字 加減！再檢查！

寬

長

如果無法在答案填以下方法填寫

正角解題 計算方法！ 注意！此數應為 90 的因數

© Danli / 編輯 / 8847

1. 子 1-1 如果長方形的面積是 900 平方公分，完成下表，並回答下列問題。

邊長(平方公分)	100	300	300	900
寬(公分)	1	0	3	300
長(公分)	900	300	300	0

正角解題 → 注意！再檢查！

正角解題 注意！此數應為 90 的因數

如果寬是 100 公分，則長是 900 公分。

1 可改變此數字 加減！再檢查！

寬

長

正角解題 注意！此數應為 90 的因數

如果寬是 300 公分，則長是 300 公分。

1 可改變此數字 加減！再檢查！

寬

長

如果無法在答案填以下方法填寫

正角解題 計算方法！ 注意！此數應為 90 的因數

© Danli / 編輯 / 8847

圖 9 正方形的周長圖 7 六邊形的木棒問題

1. 10 分鐘完成 1) 分分鐘有都中獎，連續開獎幾次，如左圖。

五向解題

1) 連續 1 個正方形中獎，周長是  公分。  
 加減！再想想看！

2) 連續 2 個正方形中獎，周長是  公分。  
 加減！再想想看！

3) 連續 3 個正方形中獎，周長是  公分。  
 加減！再想想看！

正方形個數	1	2	3	...
連續的周長	4	8	12	...
增加數	0	4	4	...

4) 連續  個正方形中獎，周長是  公分。  
 ！可改變此數字！ 加減！再想想看！

凡是輸入數字就會顯示圖形

如果無法解答請嘗試以下兩種方法練習  
 \* \* \* \* \* 練習 / 練習 /

2. 10 分鐘完成 1) 用 6 個六角形木棒排成一排相連的六邊形，如下圖。

請完成下面各表格。

六邊形個數	1	2	3	4	...
六角形根數	6	11	16	21	...
增加六角形數	0	5	5	5	...

五向解題

1) 六邊形每增加 1 個，六角形數就增加多少？   
 加減！再想想看！

2) 六邊形每增加 1 個，六角形數就增加多少？   
 加減！再想想看！

3) 六邊形每增加 1 個，六角形數就增加多少？   
 加減！再想想看！

4) 六邊形每增加 1 個，六角形數就增加多少？   
 加減！再想想看！

5) 六邊形每增加 1 個，六角形數就增加多少？   
 加減！再想想看！

6) 六邊形每增加 1 個，六角形數就增加多少？   
 加減！再想想看！

7) 六邊形每增加 1 個，六角形數就增加多少？   
 加減！再想想看！

8) 六邊形每增加 1 個，六角形數就增加多少？   
 加減！再想想看！

9) 六邊形每增加 1 個，六角形數就增加多少？   
 加減！再想想看！

10) 六邊形每增加 1 個，六角形數就增加多少？   
 加減！再想想看！

11) 六邊形每增加 1 個，六角形數就增加多少？   
 加減！再想想看！

12) 六邊形每增加 1 個，六角形數就增加多少？   
 加減！再想想看！

13) 六邊形每增加 1 個，六角形數就增加多少？   
 加減！再想想看！

14) 六邊形每增加 1 個，六角形數就增加多少？   
 加減！再想想看！

15) 六邊形每增加 1 個，六角形數就增加多少？   
 加減！再想想看！

16) 六邊形每增加 1 個，六角形數就增加多少？   
 加減！再想想看！

17) 六邊形每增加 1 個，六角形數就增加多少？   
 加減！再想想看！

18) 六邊形每增加 1 個，六角形數就增加多少？   
 加減！再想想看！

19) 六邊形每增加 1 個，六角形數就增加多少？   
 加減！再想想看！

20) 六邊形每增加 1 個，六角形數就增加多少？   
 加減！再想想看！

如果無法解答請嘗試以下兩種方法練習  
 \* \* \* \* \* 練習 / 練習 /

圖 8 鞋櫃的排列圖 6 規則性數列問題

請將下列圖表中的數字填入表格中，使表格中的數字符合規則性數列。

第 1 排	第 2 排	第 3 排	第 4 排	第 5 排	第 6 排	第 7 排	第 8 排	第 9 排	第 10 排	第 11 排	第 12 排
1	7	13									21
2	2		18								
3	3			27							
4	4	11	20	29							
5	5		18								

請將填入以上的數字

這有解題

請將第 3 排是幾呢？

請將第 10 排是幾呢？

請將第 1 排 - 第 10 排 - 共  個。

如果無法解答請從以下方法練習

有一排數列 3, 2, 5, 2, 3, 9, 3, 7, 5, 2, 3, 9, 3, 2, ...

這有解題

(1) 此數列  個數字及會重複出現。  
加油！再想想！

(2) 此數列中第一組數字是 3, 2, 5, 2, 3, 9, 3, 7, 5, 2, 3, 9, 3, 2, ...  
！可改變數字 加油！再想想！

3 出現了  次  
加油！再想想！

9 出現了  次  
加油！再想想！

(3) 這串數字的第  個數字和 7 可改變數字 加油！再想想！

如果無法解答請從以下方法練習

圖 10 花片排列順序圖二 火車座位分配

火車座位	火車座位	火車座位	火車座位
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20
21	22	23	24

圖 2 圓桌合併問題圖 3 長方形紙片黏貼問題

Ex11-1) 小傑班有 30 個人。  
 若兩張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。  
 若三張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。  
 若四張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。

Ex11-2) 小傑班有  公分，寬 4 公分。現有形狀相同的紙片一張，黏貼部分的寬度是 2 公分。  
 若兩張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。  
 若三張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。  
 若四張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。

Ex11-3) 小傑班有  公分，寬 4 公分。現有形狀相同的紙片一張，黏貼部分的寬度是 2 公分。  
 若兩張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。  
 若三張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。  
 若四張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。

Ex11-4) 小傑班有  公分，寬 4 公分。現有形狀相同的紙片一張，黏貼部分的寬度是 2 公分。  
 若兩張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。  
 若三張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。  
 若四張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。

Ex11-1) 小傑班有 30 個人。  
 若兩張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。  
 若三張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。  
 若四張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。

Ex11-2) 小傑班有  公分，寬 4 公分。現有形狀相同的紙片一張，黏貼部分的寬度是 2 公分。  
 若兩張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。  
 若三張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。  
 若四張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。

Ex11-3) 小傑班有  公分，寬 4 公分。現有形狀相同的紙片一張，黏貼部分的寬度是 2 公分。  
 若兩張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。  
 若三張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。  
 若四張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。

Ex11-4) 小傑班有  公分，寬 4 公分。現有形狀相同的紙片一張，黏貼部分的寬度是 2 公分。  
 若兩張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。  
 若三張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。  
 若四張紙片黏貼分時，此紙條的長度是多少？  公分。



## 五、相關研究工具

### (一) 練習題、學習單

補救教學中進行小單元的練習，目的了解個案是否真正理解解題技巧並非背誦公式或不斷嘗試而求得答案。本研究為探究受試學生經過每節補救教學後，在數字問題、數形問題、數列問題、情境問題方面是否有進展，因此於每個大單元補救教學結束後，請受試學生填寫學習單，以分析學生解題概念之變化。

### (二) 學生數學學習態度與興趣問卷

本研究問卷參考林星秀(2001)所編製的數學學習態度量表並修訂，該問卷分為四個層次，分別為學習信念、學習慾望、學習方法、學習過程，共有20題問題，問卷採非常同意、同意、沒意見、不同意、非常不同意等五種認同程度勾選。本問卷將與前、後測試題同時進行，並採質性描述，藉以了解及說明個案學生在Excel動態情境下進行補救學習，實施教學前後之數學學習態度變化情形。

表5 數學學習態度量表題目所代表的層面

學習信念	學習慾望	學習方法	學習過程
⑩⑬⑰	⑧⑨⑮⑱⑳	①③⑤⑯	②⑥⑪⑫⑲⑭

### (二) Excel使用問卷調查表

此問卷調查表係參考曾振家(2002)之研究中所使用的「態度調查表」，並依據本研究需要進行修改，並與數位資深教師及教授進行討論後編製完成，故此調查表具有專家效度。

## 六、資料分析與處理

在研究過程中，對於錄影、錄音所蒐集的資料，包括學生操作電腦的活動畫面記錄與師生晤談時的內容等，需要同時分析和解釋資料(黃瑞琴，2003)。本研究所蒐集的文件資料，主要包括研究對象於每次教學活動中所填寫的學習單、紙筆測驗評量、學生學習態度問卷調查表、訪談錄音之文稿等。為了把全部蒐集的資料做最有效率的整理，進行資料的轉譯與編碼。

研究者首先將原始資料中，研究者與學生間的對話、研究者佈題的情境、學生的紙筆記錄、學生的解題動作等主要部分，進行轉譯的工作。研究者在轉譯的同時，適當的將主要資料加以潤飾，以便於轉譯成文字資料。轉譯時，依照編碼系統，將對話內容加以編碼成原案(Protocol)，並以四個阿拉伯數字依序來編碼，第一個到第四個數字代表日期，研究者以R代表，參與研究之學生依序編為S<sub>1</sub>、S<sub>2</sub>、S<sub>3</sub>、S<sub>4</sub>。編碼方式如1025R代表10月25日研究者的問話，1025S<sub>1</sub>代表10月25日學生S<sub>1</sub>個案的回答；研究日誌則以四個阿拉伯數字系統編碼，第一個到第四個數字代表

日期，如1025××代表10月25日的研究日誌。

## 七、教學實施流程表

		教學內容			
學習者	小安	小軍		小加	
	1、前測訪談2、填寫數學學習態度量表(前測)3、電腦輔助教材操作練習。				
教學單元	日期				
(一)加減法		2/7			
(二)倍數	2/8	2/7			
(三)面積		2/7		3/1	
數字問題學習單		2/8		3/1	
(四)彩球	2/8	2/8	2/9		
(九)正方形周長	2/8			3/2	
(十)六邊形木棒	2/9	2/8	2/9	3/3	
數形問題學習單	2/9	2/9	2/9	3/6	
(五)鞋櫃順序	2/12			3/8	
(七)規則數列				3/9	
(八)花片排列	2/12			3/9	
數列問題學習單	2/12			3/12	
(六)火車座位	2/13	2/12		3/13	
(十一)圓桌合併	2/13	2/12		3/13	
(十二)長方形黏貼	2/13	2/14	2/13	2/14	3/15
情境問題學習單	2/14	2/14	2/13	2/14	3/16
後測與訪談	2/15		2/14		3/19
	1、填寫數學學習態度量表(後測)2、填寫電腦環境使用問卷調查表				

表6 Excel 電腦補救教學課程進度表

### 肆、結果與討論 一、文字題補救

#### 教學前個案的概念分析及學習態度

##### 小安(低成就S1)

小安是女生，腦筋比較古板沒主見，國語文能力方面沒問題，字體工整，上數學課不會積極主動參與課程討論內容，無法自行主動思考解題的方向。未曾參加課後輔導活動，學校指派作業能按時完成；在電腦操作使用輸入與學習方面沒有問題，若遇不了解的數學題目會請家長協助課業，數字的加減乘除基本能力都沒問題，經常計算式子列對答案卻算錯的比例很高。

##### 小軍(低成就S2)

小軍是男生，家長對孩子的期望高，每星期上兩次的功文數學；每次上課將近兩小時，依照做題目的速度進行數學課程，以國中先修班的題目做精熟度練習。小軍在作業繳交上能按時完成，平時成績是中下程度，每次考數學沒有掌握到解題要領，成績不理想。上數學課時反應良好，心算能力不錯，速度快，常與老師有互動，考試或練習部份，有時錯誤連連，十次有八次寫錯。感覺思考邏輯無法順暢表達，常常心理所想欲將之說出，卻話提到嘴邊就說算了，讓人不解其表達

之意。

小加(中成就S3)

小加是女生，從星期一到星期五每天放學後到六點三十分參加課後輔導安親班，星期六早上有英文課；因為安親班有事先指導複習，小加上數學課時不專心，所以上課時間數學問題都回答不出來，安親班教簡易的算法，問她為什麼這樣算？卻吱吱嗚嗚的說不出來。

茲將S1、S2、S3三位學生在電子試算表(Excel)學習情境中，做試題對錯分析表與文字解題補救教學前的相關概念及層次歸納如下：

表7 S1 前測試題分析答對題○ 答錯題×

單元名稱	題號	正向解題					逆向解題		
數字的加減	一	① 0	②0				③0		
數字的乘除	二	① 0	③0				②0	④0	
面積	三	① 0					②0		
彩球	四	② x					①x		
鞋櫃問題	五	① x					②x	③0	
火車座位	六	① x					②0		
規則性數列	七	② 0					①0		
花片排列	八	① x					②x	③x	
正方形周長	九	① x	③x				②x	④x	
六邊形木棒	十	① x					②x	③x	④x
圓桌合併	十一	① x	③0	④x		②x		⑤x	
長方形黏貼	十二	① 0	② x	③ x	④ x	⑤ x			

單元名稱	題號	正向解題					逆向解題		
數字的加減	一	① 0	②x				③0		
數字的乘除	二	① x	③x				②x	④x	
面積	三	① x					②x		
彩球	四	② x					①0		
鞋櫃問題	五	① 0					②0	③0	
火車座位	六	① x					②0		
規則性數列	七	② 0					①0		
花片排列	八	① 0					②0	③0	
正方形周長	九	① 0	③x				②x	④x	
六邊形木棒	十	① x					②x	③0	④x
圓桌合併	十一	① 0	③0	④0		②x		⑤x	
長方形黏貼	十二	① 0	② 0	③ 0	④ x	⑤ 0			

表8 S2 前測試題  
分析答對題○ 答  
錯題×

表9 S3 前測試題  
分析答對題○ 答  
錯題×

單元名稱	題號	正向解題					逆向解題			
數字的加減	一	① 0	②0		③0					
數字的乘除	二	① 0	③0		②0	④0				
面積	三	① x			②0					
彩球	四	② 0			①0					
鞋櫃問題	五	① x	②0				③0			
火車座位	六	① x	②x							
規則性數列	七	② x			①x					
花片排列	八	① 0	②x			③x				
正方形周長	九	① 0	③x		②0	④x				
六邊形木棒	十	① 0	②0	③0	④x					
圓桌合併	十一	① 0	③0	④x		②x		⑤x		
長方形黏貼	十二	① 0	② x	③ x	④ x	⑤ 0				

(一)選取出的三個個案學生的數學解題閱讀與計算能力無礙，經試題前測及個別訪談後，確認個案在解題方面的困擾，解題技巧缺乏綜合整理性的策略，個案在數學學習態度與方法上屬於被動強迫，故而學習表現呈現低落現象。

(二)在前測中三個學生經訪談後得知， $S_1$ 在數字問題全部單元與數列問題之(七)規則數列瞭解外，其餘數形問題、數列問題、情境問題皆不會解題， $S_2$ 則熟悉數列問題全部單元，其餘印象模糊，而 $S_3$ 在數字問題單元中(一)加減法、(二)倍數全盤了解，其餘問題皆一知半解。三個個案學生在文字解題的題意了解有困難。前測的數學學習態度量表中，在學習過程、學習慾望與學習方法上、屬於被動消極態度，無法提振個案對數學學習的興趣。

## 二、補救教學過程中的情形

個案屬於低、中成就學生不會接觸Excel 電腦軟體，故於第一節課以該生訪談困難的部份進行操作說明練習，學生熟練後再進行各單元學習避免影響成效。以下為教學情形部分：

### (一) $S_1$ 數列問題單元解題的情形

$S_1$  只要能用筆算的都能一一數出，但數的過程偶爾不仔細，所以會數錯。

歸納或規律性整理計算相當弱。數字的加減乘除基本能力都沒問題，只有除法商數對齊方面須加強。個案學生可藉由圖形對應關係與數值變化，計數出數列排序的解題過程。

### (三) 數列問題 $S_1$ 、鞋櫃順序一逆向解題學習者日誌

10212



R·299 號鞋櫃是第幾列第幾排？

<練習5-2> 下表是1到300按照規律排列的數字，分成A、B、C、D四列：											
(1)	38是第	<input type="text"/>	列	<input type="text"/>	排	A列	1	5	9	13	……
						B列	2	6	10	14	……
(2)	299是第	<input type="text"/>	列	<input type="text"/>	排	C列	3	7	11	15	……
						D列	4	8	12	16	……
(3)	A列前9個數字總和？	<input type="text"/>									

<練習>(1) 38號鞋櫃是第幾列第幾排？A: 第B列第10排

$$38 \div 4 = 9 \dots 2$$

$$9 + 1 = 10$$

(2) 299號鞋櫃是第幾列第幾排？A: 第C列第75排

$$299 \div 4 = 74 \dots 3$$

$$74 + 1 = 75$$

(3) 第A列前9個數字總和？A: 153

$$(1-1) \times 4 + 1 = 1, (2-1) \times 4 + 1 = 5, (3-1) \times 4 + 1 = 9, (4-1) \times 4 + 1 = 13, (5-1) \times 4 + 1 = 17, (6-1) \times 4 + 1 = 21$$

$$(7-1) \times 4 + 1 = 25, (8-1) \times 4 + 1 = 29, (9-1) \times 4 + 1 = 33$$

$$1 + 5 + 9 + 13 + 17 + 21 + 25 + 29 + 33 = 153$$

S1 ∴ 因為有 A、B、C、D 四列，所以用  $299 \div 4 = 74 \text{ 餘 } 3$ 。  $74+1=75$  排。

R ∴ 為什麼 74 要加 1?

S1 ∴ 因為餘 3 是下一排，所以要再加 1。

R ∴ 為什麼是 C 列?

S1 ∴ 餘 3 表示 C 列

R ∴ 第 A 列前 9 個數字總和是多少? S1 ∴ 第一個數字是  $(1-1) \times 4 + 1 = 1$ ；第二個數字是  $(2-1) \times 4 + 1 = 5 \dots$  再把  $1+5+9+13 \dots$  全部加起來。0212-研究者曰  
誌 S1 在做練習題時，思考模式固定無法變通，但一定按部就班慢慢運算，所花費時

間較長；若遇新題型就有瓶頸出現，會不願意思考立即放棄作答。情境問題學習單(六、十一、十二)〈Ex6-1〉這是疏球之屋的船座位位置圖，請仔細觀察座

位編號的規律，回答下列問題：

1 (1) 小婷坐在第 5 排，她的座位是( )號。

2 R ∴ 小婷坐在第 5 排，她的座位是幾號?

S1 ∴  $(5-1) \times 6 + 5 = 29$

3 R ∴ 小花的座位是 52 號，是在第幾排?

S1 ∴  $52 \div 6 = 8 \dots 4$ 。  $8+1=9$

4 R ∴ 她會在 A、B、C、D、E、F 的哪個座位上?

S1 ∴ 因為餘 4，所以是 D

5 R ∴ 第 11 排 E 座位的號碼是幾號?

S1 ∴  $(11-1) \times 6 + 5 = 65$ 。

6 R ∴ 小白的座位是小花的後 3 排，他的座位是幾號? S1 ∴  $70$  號用數的，從  $52+6+6+6=70$ 。S1 在數形問題學習單、數列問題學習單做答皆正確，直接進入下單元的電腦教學

( ) 號。

第( )排  
那個座位上?( )

( ) 號。  
，他的座位是( )

$$\textcircled{1} (5-1) \times 6 + 5 = 29$$

$$\textcircled{2} 52 \div 6 = 8 \dots 4$$

$$8+1=9$$

$$\textcircled{3} (11-1) \times 6 + 5 = 65$$

A	C	E		B	D	F
1	3	5	第1排	6	4	2
7	9	11	第2排	12	10	8
13	15	17	第3排	18	16	14
19	21	23	第4排	24	22	20
		小婷	第5排			
			第6排			
			第7排			

課程；在情境問題學習單第一次答題(六)火車座位5題全部正確；(十一)圓桌合併5題對4題；(十二)長方形黏貼5題對1題；因此選擇重做的單元為(十二)長方形黏貼。第二次答題(十二)長方形黏貼5題對4題，其餘題目做法正確，所以該單元全部通過。S1在學習過程中答題非常公式化，直接運用課程中教導的計算方法，只要抓到解題要領，一定以固定的公式套用，不再思考解題的其他做法。

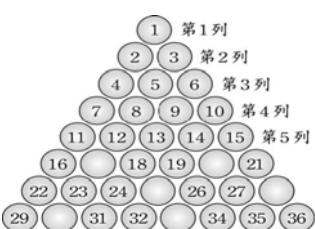
(11) S2 數形問題單元解題的情形

S2 上數學課時反應良好，速度快，經常與老師有互動，但在自行練習部份，則經常錯誤連連，不用心思考，心算能力不錯，感覺思考邏輯無法順暢表達，讓人不解其意。S2 屬於視覺衝動型，能將操作電腦圖形表徵的經驗內化之，數學概念思考結構能融合圖形表徵，自行尋找出正確的解題的方式。

數形問題學習單(四、九、十)

〈Ex4〉、小敏將彩球按照1—100號排放，如右圖：

(1)57 號是在第( )列。



(2)43 號彩球的位置會在第( )列，左邊第( )顆。

1 (3) 第8列彩球有( )顆彩球，總和是( )。

2 (4) 最後一列是( )顆。

3 (5) 第10列的最右邊的彩球是( )號。

第一次訪談內容：

4 R..57 號是第幾列？

S2..第10列



5 R..怎麼算的?

S2..1直數數到57 號剛好是10 列

6 R..43 號彩球的位置會在第幾列，左邊第幾顆？

S2..在第9 列，左邊第6 顆。

7 R..怎麼知道的?

S2..用數的43 剛好在第9 列，左邊第6 顆。

8 R..第8 列彩球有幾顆彩球，總和是多少？

S2..8 顆， $29+30+31+32+33+34+35+36=260$

9 R..最後一列是幾顆？

S2..13 顆

10 R..第10 列的最右邊的彩球是幾號？

S2.. $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55$ ，55 號

<Ex9-2> 小珠用邊長3 公分的正方形卡片，連接橫著排列。

11 (1) 請用圖形關係將此題目表示出來。

12 (2) 連接47 個正方形卡片，周長是( )公分。

13 (3) 連接的周長是510 公分的卡片，是( )個正方形。

第一次訪談內容..

14 R..連接47 個正方形卡片，周長是幾公分？

S2.. $47\times 6+6=282+6=288$ ，288 公分。

15 R: 爲什麼要乘6 又加6?

S2: 上面、下面每個共6 公分，左右兩邊共6 公分，所以 $47 \times 6 + 6 + 6 = 282 + 6 = 288$

16 R: 連接的周長是510 公分的卡片，是幾個正方形？

S2:  $510 \div 6 = 85$ ，85 個

17 R: 爲什麼要除6?

S2: 有6 公分，所以除以6

18 R: 哆啦A 夢用370 根小木棒來排正方形，請問她排了幾個正方形?  
S2:  $370 - 4 = 366$ ， $366 \div 3 = 122$ ， $122 + 1 = 123$  個正方形。

19 R: 相連的正方形排152 個比87 個相連的正方形多幾根小木棒?  
S2:  $152 - 2 = 150$ ， $150 \div 2 = 75$ ， $87 - 2 = 85$ ， $85 \div 2 = 42 \dots 1$ ， $85 - 43 = 42$ ，42 根小木棒。

夢利用小木棒排出一些相連的正方形  
將此題目表示出來。

1 個，小木棒數就會增加( )根。

形排54 個需要( )根小木棒。

70 根小木棒來排正方形，請問她排了( )個正方形。

形排152 個比87 個相連的正方形多( )根小木棒。

1 個，小木棒數就會增加幾根？

形排54 個需要幾根小木棒？

$\div 2 = 26$ ，26 根。

- 1
- △Ex9-2▽小珠用邊長3 公分的正方形卡片，連接橫著排列。
- (3) 連接的周長是510 公分的卡片，是( )個正方形。

<Ex9-2>小珠用邊長3 公分的正方形卡片，連接橫著排列。

(1)請用圖形關係將此題目表示出來。

(2)連接 47 個正方形卡片，周長是( 288 )公分。

(3)連接的周長是 510 公分的卡片，是( 84 )個正方形。

$1 \times 6 + 6 = 12$   
 $2 \times 6 + 6 = 18$   
 $3 \times 6 + 6 = 24$   
 $4 \times 6 + 6 = 30$

$47 \times 6 + 6 = 282 + 6 = 288$   
 $510 - 6 = 504$   
 $504 \div 6 = 84$

第二次訪談內容：

2 R: 連接的周長是510 公分的卡片，是幾個正方形？

S2:  $510 \div 6 = 504$ ， $504 \div 6 = 84$ ，84 個

3 R: 為什麼要減6 又除6?

S2: 倒著算回來，因為圖形前後旁邊有兩個扣掉6 公分；上面3 公分下面3 公分共

6 公分，所以除以6  $\langle Ex10-1 \rangle$  哆啦A 夢利用小木棒排出一些相連的正方形

(5) 相連的正方形排152 個比87 個相連的正方形多0根小木棒。第二次訪談內容：

R: 相連的正方形排152 個比87 個相連的正方形多幾根小木棒？

S2:  $152 \times 2 + 2 + 151 = 304 + 153 = 457$ ， $87 \times 2 + 2 + 86 = 174 + 88 = 262$ ， $457 - 262 = 195$

R: 為什麼要這樣算? S2: 因為上下各2 個所以152 乘以2，左右各1 個所以加2，中間有151 個，全部加起來是457。

S2 在數字問題學習單中(一)加減法8 題對7 題；(二)倍數8 題全對；(三)面積8 題對7 題，所以該單元全部通過。在數形問題學習單的答題中，第一次答題(四)彩球部分7 題答對4 題；(九)正方形周長4 題答對3 題；(十)六邊形木棒4 題答對1 題；因此選擇重做的單元為(四)彩球、(十)六邊形木棒。第二次答題全部正確。在情境問題學習單的答題中，第一次(六)火車座位5 題全部正確；(十一)圓桌合併5 題全部答對；(十二)長方形黏貼5 題對1 題；因此選擇重做的單元為(十二)長方形黏貼。情境問題學習單中，第二次答題(十二)長方形黏貼5 題對4 題，其餘單元答題皆正確，所以該單元全部通過。S2 在學習過程中有自己的思考模式，為求解題快速偶爾所想與寫下的解答不一致；大致上對題意都理解，也能依照繪圖方式求得答案。

(11) S3 情境問題單元解題的情形

S3 國語文能力佳，是二位個案學生中學習成效最高、表現最優異；邏輯思考能力需要多加訓練，由於上安親班常做題目的關係上課時常不專心，數學計算方法常與教學方法不同，詢問其做法可了解，有時卻說不出個所以然，只是把做法死記下來，沒有融會貫通。她的學習日誌上能配合題意與圖形表徵，改變數值推算出正確的解題方法，將電腦操作過程內化成個人解題的經驗，運用於情境解題的

形式如下：

(四)情境問題

6、火車座位—逆向解題

學習者日誌-0313

S3 的計算方式

2  
的計算方式

(5) 風間的座位在小白的後面二排，請問他的座位是幾號？A: 35號

$$3+4=7$$

$$3+4 \times 8 = 35$$

$$3+4 \times 6 = 27$$

0313-研究者日誌

前四小題與S1的算法相同，第4題則方法有差異，S3先算出小白的座位27號，

再往後推算2排所得的座位號碼為35。二、圓桌合併一逆向解題學習者日誌-0313

(5)風問的座位在小白的後面二排，請問他的座位是幾號？

$$(7-1) \times 4 + 3 = 27$$

$$27 + 4 \times 2 = 35 \quad A \text{ 北號}$$

<練習11-2>1張邊長2公尺的正方形桌子可以坐8個人，		
2張正方形桌子併起來可以坐12個人，		
依照這樣的方式併桌子，請回答下列問題：		
(1)由桌數變化中，請算出每張桌子合併後增加	<input type="text"/>	人。
		加油！再想想看！
(2)當45人時須要合併多少張桌子才夠？	<input type="text"/>	張桌子。
		加油！再想想看！
(3)當120人時須要合併多少張桌子才夠？	<input type="text"/>	張桌子。
		加油！再想想看！

<練習>(2)當 45 人時須要合併多少張桌子才夠？

$$45 - 8 = 37$$

$$\rightarrow 37 \div 4 = 9 \dots 1$$

$$9 + 2 = 11$$

(3)當 120 人時須要合併多少張桌子才夠？

$$120 - 8 = 112$$

$$112 \div 4 = 28$$

$$28 + 1 = 29$$

### 0313-研究者日誌

S3 第(2)題計算式 $45-8=37$ 、 $37\div 4=9\dots 1$ 、 $9+2=11$ ；訪談為什麼 $9+2$ ，一個第一桌，一個多餘的1人，所以加2；第◆題計算式

$120-8=112$ 、 $112\div 4=28$ 、 $28+1=29$ 。S2 第◆題計算式 $45-4=41$ 、 $41\div 4=10\dots 1$ 、 $10+1=11$ ；第◆題計算式 $120-4=116$ 、 $116\div 4=29$ 。

S1 第◆題計算式 $(45-8)\div 4+1=9+1=10\dots 1$ 、 $10+1=11$ ；第◆題計算式 $(120-8)\div 4+1=29$ 。

三人算法各異但結果是相同的。

12、長方形黏貼—逆向解題

學習者日誌-0315



逆向解題	
④0	
③0	
③x	
④x	
③0	④0
⑤0	

對題 ○ 答錯題 ×

經補救教學課程結束後，診斷三個案學生之學習成效如下：表 10 S1 後測試題分析答

### 三、補救教學後的文字解題與學習情境的變化

S3 在數字問題學習單的答題中(一)加減法、(三)面積全部正確；(二)倍數 8 題對 7 題。在數形問題學習單的答題中，第一次(四)彩球部分 7 題答對 6 題；(九)正方形周長 4 題答對 3 題；答錯的原因是算式正確計算錯誤；(十)六邊形木棒 4 題全對；因此不必重做數形問題課程。數列問題學習單作答皆正確。在情境問題學習單的答題中，(六)火車座位 5 題對 4 題；(十一)圓桌合併 5 題全部答對；(十二)長方形黏貼 5 題對 4 題；錯誤的情形仍是計算過程有問題，所以該單元全部通過。S3 在學習過程中有觀念正確，分析有條理計算快速偶爾有誤差，屬於穩重細心型；能依照繪圖方式求得答案，對題意瞭解相當透澈。

〈練習12-2〉小黑用長16公分的長方形紙片黏貼一條紙帶，黏合部分的寬度是2公分			
(1) 假如紙帶	296 公分，共需	張色紙。	
			加油！再想想看！
(2) 假如紙帶	744 公分，共需	張色紙。	
			加油！再想想看！
(3) 假如紙帶	422 公分，共需	張色紙。	
			加油！再想想看！

〈練習〉(1) 假如紙帶全長 296 公分，共需幾張色紙？  
 $296 - 16 = 280$   
 $280 \div 14 = 20$   
 $20 + 1 = 21$  A 21 張

(2) 假如紙帶全長 744 公分，共需幾張色紙？  
 $744 - 16 = 728$   
 $728 \div 14 = 52$   
 $52 + 1 = 53$  A 53 張

(3) 假如紙帶全長 422 公分，共需幾張色紙？  
 $422 - 16 = 406$   
 $406 \div 14 = 29$   
 $29 + 1 = 30$  A 30 張

單元名稱	題號	正向解題					逆向解題		
數字的加減	一	①0	②0				③0		
數字的乘除	二	①0	③0				②0	④0	
面積	三	①0					②0		
彩球	四	②0					①x		
鞋櫃問題	五	①0					②x	③0	
火車座位	六	①x					②0		
規則性數列	七	②0					①0		
花片排列	八	①0					②0	③0	
正方形周長	九	①0	③0				②0	④0	
六邊形木棒	十	①0					②0	③0	④0
圓桌合併	十一	①0	③0	④0			②0	⑤0	
長方形黏貼	十二	①0	②0	③0	④0	⑤0			

表11 S2 後測試題分析答對題○ 答錯題×

單元名稱	題號	正向解題					逆向解題		
數字的加減	一	①0	②0				③0		
數字的乘除	二	①0	③0				②0	④0	
面積	三	①0	②0				③0		
彩球	四	②0	①0				③0		
鞋櫃問題	五	①x	②0				③0		
火車座位	六	①0	②0				③0		
規則性數列	七	②0	①0				④0		
花片排列	八	①0	②0				③0		
正方形周長	九	①0	③0				②0	④0	
六邊形木棒	十	①0	②0				③0	④0	
圓桌合併	十一	①0	③0	④0			②0	⑤0	
長方形黏貼	十二	①0	②0	③0	④0	⑤0			

表12 S3 後測試題分析答對題○ 答錯題×

分析  
 一 學生在學習數字、數形、數列、情境問題時，文字與圖形表徵的概念有完整的結構，對於在正、逆向解題中圖文的相互連結，可以推算出文字的解題方法。  
 二 學生依照電腦操作正向解題與逆向解題形式，由圖表中自行整理歸納出計算方法，能尋求出與傳統教學中不同的成功解題規律，將數學學習與電腦應用相互結合。  
 三 學生能藉圖形變化由簡易的單位，逐漸擴大成十位、百位數字的正向解題規律；反之，亦由單位一連結逆轉推出，十位、百位數字的逆向解題型態。  
 四 學生經補救教學後在數字、數形、數列、情境問題的概念上有進步：(一) 依照圖形結構從單元一開始找尋規律，並尋找出計算公式；(二) 能自己練習不同形式的題型，歸納整理出公式的規律；(三) 瞭解題意與圖形間的關係，將第一個與增加的部份分開計

算，推求出逆向解題成功的方法。

5. 數列排序問題中，把握循環次數的技巧，連結餘數與種花次序、規律性數字的排列、鞋櫃編排號碼間的正確性，學生在動態視覺學習中，建構出數字與題意間的解題技巧；至於總和與數列的逆推透過補救教學內容的變化，可輕易推算出結果。

6. 個案學生在保留重要的解題概念上因解題經驗豐富，如遇相類似情形時，會運

	S1				S2				S3							
	Van Hiele 的三個層次		Sierpinska 的理解		Van Hiele 的三個層次		Sierpinska 的理解		Van Hiele 的三個層次		Sierpinska 的理解					
	前	後	前	後	前	後	前	後	前	後	前	後				
面積 (一)•(三)•A	(三)	D	D	未達	(二)	(三)	B	D	(三)	(三)	D	D				
						未達	D A						(二)	(三)	B	D
					(一)	(三)							(二)	(三)	B	D
	未達 (一)	(三)	未達 A	D	(二)	(二)	B	C	(三)	(三)	D	D				
	未達 (一)	(一)	A	B	(二)	(三)	B	D	(二)	(三)	C	D				
	(三)	A	D	(三)									(二)	D	C	(三)
	(二)	(三)	B	C	(三)	(三)	D	D	(二)	(三)	B	D				
	(三)	(二)	D	C									(二)	(二)	A	C
	(一)	未達 A	B		(二)	(三)	C	D	(二)	(三)	B	D				
	(二)	(二)	A	C									(二)	(二)	A	C
	未達 (一)	(二)	A	C	(二)	(三)	C	D	(二)	(三)	B	D				

用相同基模方式解

題，並掌握住逆推解題的正確要領。表13 S1、S2、S3 前後測答對題數與百分比

從資料來看經過怎樣解題的電子試算表Excel 補救教學後，二位個案都有進步以S3 進步最多，S1 和S2 也有進步。表14 補救教學前、後三名個案概念綜合分析比較表Van Hiele 的三個層次(一)基礎層次(二)一階思考階段(三)二階思考階段

Sierpinska 的理解A 識別、B 辨別、C 歸納、D 綜合的應用。(二)學習情境的變化經電腦補救教學與個案學生訪談後，發現學生的學習情境有下列的變化：  
一、電腦補救教學讓學生對數學學習更有興趣，發現數學圖形變化可以透過電腦的數字更改來練習，比傳統的書本教學更有吸引力。

	S1	S2	S3
)	15 (38%)	23 (59%)	20 (51%)
)	27 (69%)	36 (92%)	38 (97%)
	進步	進步	進步

2. 操作簡單一學就會，學得輕鬆，可依照自己的進度學數學，算法錯誤也不用煩惱，困難可參考範例公式練習，回饋系統計算錯誤時可提醒自己，數學學習變輕鬆，沒有課業的壓力。
3. 可重複無限次更改範例題型的練習擴大或縮小倍數，回饋系統的幫忙不用煩惱數字算錯沒有解答，增加學習個案的解題成效。
4. 操作電腦時圖形的快速連結變化，可以幫助學生作答，個案學生喜歡經老師講解，而自行操作補救教學解題方式既有趣又好玩。
5. 困難的情境問題藉由圖形、文字及數值模式的動態連結，學生在面對生活化的情境題，不再憂心害怕，經由電腦操作建構、探索出關聯性，數值的更動可增加練習的次數，提高學生解題的經驗，學習數學的態度由被動強迫改向積極進取。

## 伍、結論與建議

### 一、結論

補救教學教材的編排由簡而繁，由易而難，學生在學習操作過程中，可提升學習意願增強學習信心，尤其是圖表的關連性變化，可自行尋得解題線索，轉譯成自己了

解的語意，並求得計算公式的規律。(一)在動態電腦輔助教學課程學習中，三個個案學生的解題能力都有進展。前測時，S1 除數字問題單元與(七)規則數列充分了解外，其餘數形問題、數列問題、情境問題單元都完全不懂。S2 除數列問題單元無困難，其餘如數形問題、數列問題、情境問題單元不完全瞭解。S3 除(四)彩球完全清楚，其餘部分似懂非懂，補救教學結束後，S1(八)花片排列、(九)正方形周長只達到基礎階段外，其餘皆達到數學歸納的階段。S2 除(四)彩球、(五)鞋櫃順序、(六)火車座位尚有部分不懂外，其餘全部了解。S3 只有(五)鞋櫃順序單元一點點問題外，其餘全盤瞭解。學生透過電子試算表(Excel) 學習情境中，進行文字題解題補救教學時，有自行尋求解題規律性的能力。

(二)三個個案學生在前測時，S1 的數形問題、(八)花片排列、(五)鞋櫃順序、(十一)圓桌合併逆向解題不完全懂。後測時(七)規則數列、(八)花片排列、(十一)圓桌合併逆向解題不完全懂；稍有進步。S2 前測時(二)倍數、(三)面積、數形問題與(十一)圓桌合併逆向解題不完全懂，後測時(四)彩球、(五)鞋櫃順序逆向解題不完全懂；頗有進步。S3 前測時(六)火車座位、(七)規則數列、(八)花片排列、(九)正方形周長、(十)六邊形木棒與(十一)圓桌合併逆向解題不完全懂；後測時全部瞭解，進步最多。所以學生透過電子試算表(Excel) 學習情境中，進行文字題解題補救教學時，對規律性逆推解題有思考能力。

(三)在此電子試算表(Excel) 怎樣解題補救教學時，對於運用電腦動態輔助教學進行數學課程學習三個個案學生都持正向態度。在Excel 電腦補救教學過程中，因為數值與回饋系統的即時反應，學生學習慾望提高，可自行尋找出錯誤，而加以思考改變計算方式，尤其在正向與逆向解題的綜合性分析上，表現出自己解題的信心。本研究運用電子試算表設計動態電腦輔助教材進行怎樣解題個案研究發現，基於在電腦設備環境下學習，學生不僅能玩電腦，更引起個案學習數學的興趣，數學的學習不再只是傳統的教學和紙筆測驗。學生透過此活動解題的能力進步了。

### 二、建議

(一)對少數認知發展遲緩的低成就的學童而言，電腦系統操作學習不困難，雖懂題意但綜合統整規律性無法達成，電腦輔助教學若能結合自行動手繪圖解題，讓題目淺顯易懂，可增進低成就學童的學習意願。

(二)在傳統的教學上教具與教學方法，單調呆板固定無變化，不利於補救教學課程，因重複性的計算公式，難懂又容易造成背誦不解其意；使用適當的電腦輔助教材，可激發學生的學習慾望，在設計上別出心裁學習的成效會更大。

(三)透過動態視覺化效果，讓學習者自行操作摸索，連結圖形表徵、回饋系統、文字符號；

學生統整歸納出正向解題與逆向解題的規律性，加強數形問題、數列問題與情境問題的解題能力，「運用Excel 進行補救教學」的活動，一方面操作簡單易學，另一方面結合圖形數字變化關係，在此動態視窗的環境下，學習者具有新鮮感，可成爲未來數學教育的新動力，作爲將來文字解題的方針。

## 參考文獻

- Polya(1957)：怎樣解題。閻育蘇譯(2000)。台北市：九章。北京師範大學出版社版。伍鴻熙(2002)：基本技巧VS. 概念理解。載於教育部主編：永不停止的對話－談國小數學教育(頁5-26)。臺北市：教育部。
- 林星秀(2001)：高雄市國二函數課程GSP輔助教學成效之研究。國立高雄師範大學數學研究所碩士論文，未出版，高雄。
- 洪明賢(2003)：國中生察覺數形規律的現象初探。國立臺灣師範大學數學系教學碩士班論文，未出版，臺北。
- 孫曉天(2000)：現實數學教育的思想和實踐。二十一世紀數學教育展望(2)(pp.330-346)。秦麗花(1994)：國小數學學習障礙兒童數學解題補救教學實施成效之比較研究。國民教育研究集刊，1，225-265。許天威(1986)：學習障礙者之教育。臺北市：五南圖書出版公司。陳正明(2003)：透過Excel 輔助進行線型函數補救教學之研究－以一個國二學生爲例。國立臺灣師範大學數學研究所碩士論文，未出版，台北。教育部(2002)：國民中小學九年一貫課程暫行綱要。
- 郭國清(2006)：以八十二年國小數學課程的精神對國小五年級學童實施小班數形規律單元教學及學童學習歷程之研究。國立臺南大學應用數學研究所碩士論文，未出版，臺南。
- 曾振家(2002)：國小五年級學生在動態多重表徵情境下建構分數加法概念之研究。國立臺南師範學院數學科教學碩士班碩士論文，未出版，臺南。黃敏晃(1987)：如何解數學題？－數學解題策略簡介。科學月刊，18，515-522。黃瑞琴(2003)：質的教育研究方法。臺北市：心理。謝佩君(2006)：高職線性規劃單元之動態電腦教材設計與補救教學研究。國立臺南大學應用數學研究所碩士論文，未出版，臺南。謝哲仁(2001)：動態電腦幾何教學建構之研究。美和技術學院學報 19，199-211。謝哲仁、林榮貴、蔡欣潔(2006)：167頁。小學五年級學生因數與倍數文字題之動態視覺化學習情境設計。信息技術教育應用研究與實踐－第十屆全球華人計算機教育應用會議論文集。清華大學出版社。
- 蘇耿進(2005)：利用Excel 設計之活動進行國二應用問題補救教學之個案研究。國立高雄師範大學數學系教學碩士班碩士論文，未出版，高雄。
- Aiken, R. L. (1976). *Update on Attitudes and Other affective Variables in Learning Mathematics*. *Review of Educational Research*, 46(2), 293 – 311.
- Collis, K.F. (1975). *The Development of Formal Reasoning*. Newcastle, Australia: University of

Newcastle

- Department for Education and Employment. (1999): *The National Curriculum for England. National Curriculum Online.*
- Dutch Ministry of Education, Culture and Science, *Department of Facilities and Information Management Section Library and Documentation.* (1998): Attainment Targets 1998–2003.
- Hsiao, F. S. T.(1995). Micros in mathematics education – Uses of spreadsheets in CAL. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* 16(6):705-713.
- Hoyles C. (1993) Microworlds/Schoolworlds: The transformation of an innovation. In Keitel C. and Ruthven K. (eds.) *Learning from computers: Mathematics education and technology.* (pp. 1-16) NY: Springer-Verlag
- Jarmila,N. (2000) . *Students' Levels of Understanding of Word Problems.* ICME 9.
- Kaufman,I.(1987). *Elementary school computer literacy.* (ERIC Document Reproduction Service No.ED 318 444)
- Lannin, J.K. (2003). *Developing Algebraic Reasoning Through Generalization.* Mathematics Teaching in the Middle School, 8 (7), 342-348
- Lieven ,V. (2000) . *Real-World Knowledge and the Modeling of School World Problems.* ICME 9.
- Ministry of Education (2001). *Primary Mathematics Syllabus.* Curriculum Planning and Development Division Ministry of Education Singapore.
- Morishita, E., Iwata, Y., Yoshida K. Y., and Yoshida H. (2001) Spreadsheet fluid dynamics for aeronautical course problems. *International Journal of Engineering Education* 17(3),294-311.
- Piaget,J.:1967,*The Child's Concept of Space,* W.W.Norton,New York.p294.
- Piaget, J.,Garcia, R(1989). *Psychogenesis and the history of science* (H. Feider, Trans.). New York: Columbia University Press. (Original work published 1983)
- Sierpinska, A. (1992). *On understanding the notion of function.* In Dubinsky and Harel (eds.) *The concept of function:aspects of epistemology and pedagogy* (pp. 25-58) Washington, DC: Mathematical association of America.
- Thompson, P. (1994). Images of rate and operational understanding of the fundamental theory of calculus. *Educational Studies in Mathematics* 26, 229-274
- Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S.(1994). Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problem. *Learning and Instruction, 4,* 273-294.
- Wyndhamn J. & Säljö R.(1997). Word problems and mathematical reasoning –A study of children's mastery of reference and meaning in textual realities. *Learning and instruction, 7(4),* 361-382.

# A Study of Remedial Instruction in Solving Problems with Computer Multiple Representation in Sixth Graders

*Che-Jen Hsieh*<sup>1</sup>     *Yueh-Fen Huang*<sup>2</sup>

<sup>1</sup> National Tainan Institute of Nursing

<sup>2</sup> National University of Tainan Institute of Applied Mathematics

## Abstract

This study use the Excel software to design the learning activities for the rural sixth graders to solve the pattern problems, which could be solved forward and backward. Three students were participated in the study. The study will expect the subjects to use the graph attributes, change the linked relationships, and then find the problem -solving rules. In the pretest, one student problem-solving ability was identified as Sierpinski's identification level; The rest two students were in-between the recognition and discrimination level. After practicing the remedial teaching course, the first student rises up to the level-one stage and mathematics generalization level in term of understanding. The rest two students rise up to the level-two stage and mathematics induction, synthesize the application level. Therefore, the students with help of computer activities, have the abilities to solve the pattern problems forward and backward. The designed activities are also arouse up their attitudes of studying mathematics.

Key words: pattern problem solving, multiple representations, computer assistant learning, problem solving