

# 「故事式」面積教學模組之初探

林曉菁<sup>1</sup> 姚如芬<sup>2</sup>

<sup>1</sup>雲林縣永光國民小學

<sup>2</sup>國立嘉義大學數學教育研究所

(投稿日期：94 年9 月12 日；修正日期：95 年2 月22 日；接受日期：95 年3 月16 日)

## 摘要

基於多數學生愛好故事的天性，研究者以國小四年級教科書內原本的課程內容為活動設計基礎，配合故事情境佈題，發展「故事式」面積數學教學模組，逐步架構矩形面積概念及公式以作為求算複合圖形面積之基礎，並探討學生在求算複合圖形面積時所運用的圖形分析策略。研究發現學生所運用的策略主要包括：「直接分割」、「扣除—填補」、「扣除重疊」、「分割—單位面積」、「分割—遞移—拼湊」、「對稱分割」等六種。研究者最後亦針對本模組之施行實況進行反思與提出建議，以做為教師教學及後續研究之參考。

關鍵詞：教學模組、故事情境教學、面積概念

## 壹、緒論

在提昇孩童學習興趣的媒介中，「故事」有著令孩童無法抵擋的吸引力。兒童透過故事解決問題、建構自我及價值觀，在故事裡讓想像自由馳騁，若教學中充滿了精采的故事，則孩童必能專注於課堂的每一刻（陳人慧、徐新逸，2005），並可增加課室成員的互動。唐淑華（2004）認為「以故事代替傳統的教科書，不但可以增加學習者的興趣；透過開放討論，更可達到多元價值的精神」，即將「故事」融入課室的數學教學，可提昇孩童的學習意願。

而在國小數學課程中，面積因為同時兼具了幾何與測量的概念，不僅在生活中常被使用，對數學知識系統來說，更是具有承先啓後的功用。面積概念可做為解釋乘法關係的基礎，亦常被當成解說分數、小數、除法等概念的工具，即面積概念並非只限定在「面積」，它與其他數學概念更有相互連結或媒介應用的關係（陳嘉皇，2002）；矩形面積概念亦能擴展至多邊形、圓形面積的學習。因此，更該在國小就鞏固面積概念的基礎，發展幾何的分析及判斷能力，對未來數學概念、算則的學習，才能有良好而深遠的影響。於是，研究者基於孩童愛好故事的天性及面積概念的重要性，將教科書的佈題方式改變為將故事融入面積單元的教學之中，以教科書原本的課程為活動設計基礎，嘗試以盛行於孩童間的網路遊戲「彈水阿給」為主角，配合課程內容自創故事，利用故事情境佈題，發展「故事式」面積數學教學模組，並於教學實施過程，探討學生在求算複合圖形面積時所運用的分析策略。

而本研究係採用姚如芬(2001)對「教學模組」的定義，即指圍繞同一主題所設計之一系列教學活動，每個教學活動皆緊扣住該主題，教師可實施完整的一系列主題教學；而因為這些教學活動亦可各自獨立存在，因此教師亦可視實際教學的需求挑選出所需的教學活動，將之適當修改後實施。「教學模組」雖然是同一主題的教學活動之集合，然而並不需要從頭到尾每一個活動都實施，其應用是相當彈性的。

## 貳、文獻探討

### 一、故事式的討論教學

喜歡故事乃是人的天性，不論對孩童或成人，故事皆具有強大的吸引力。而其中，童話故事是以愉悅孩子心靈為主的故事，充滿了趣味性，也豐富了孩子天馬行空的想像空間。同時，透過故事中人物性格、處事態度及情節發展的描寫，可喚起孩童自身的經以議題中心教學法之結構性爭論模式進行環境議題教學之初探

39

驗，啓發孩童的價值觀及行為規範（羅葆善，1993），成爲一種指引感受及方向的力量（唐淑華，2004），即孩童在認知與情緒上的問題可以藉著故事獲得學習、反思及解決的機會（Engel,1995）。故事不僅滿足了孩子內在對於想像的需求，亦給了孩子一種感同身受的慰藉，讓孩子從故事中自然而然的學習外在社會的文化意念及價值觀，可見故事對孩童所產生的影響是多面向的。

「『故事』是教學之心」（Collins & Cooper,1997），具有促進參與人員良性互動的功用。熊召弟（1996）亦認為童話故事可做為有效的催化劑，融入教學之中以激起學生的學習興趣；童話具有故事情節的特性，使學生易於順著情節的脈絡發展理解教科書要呈現的知識概念，故事結構可以幫助他們的理解及尋出概念之間的關係，並導引各個思考的面向。

因此，研究者即順從孩子愛好聆聽故事的天性，將自創的童話式故事融入面積單元的教學之中，營造輕鬆的氛圍，期望能提昇學生學習興趣，增加教學互動；並且，針對

故事人物的特性及情境做鋪陳，讓學習進行的同時，亦能對學生的文化價值及人文素養產生潛移默化的影響。

## 二、面積概念及教學之相關研究

### (一)面積概念：

「面積」係指一個封閉區域內平面的大小，即覆蓋面的大小，已從一維的線段長度概念進階到二維的平面空間大小概念（康軒，2003；譚寧君，1998）。面積大小的求算同時牽涉到了數、量、形三個數學領域（吳德邦、馬秀蘭、朱芳謀、簡秀儀，1997），不僅由長度的相加轉變為長度的相乘，面積單位的學習及轉換亦是較難的，即學童是同時面對了幾何結構、數字計算及單位三方面的變化，由此可知面積概念內涵並非容易理解的。

一般而言，面積概念又可分為「面積保留概念」及「面積測量概念」，二者互相交錯連結成完整的面積概念。所謂面積的保留概念係指面積的大小，不會因為位置、方向、切割、拼湊等情境的改變而改變（譚寧君，1998）。可再依概念發展的順序性及難易再約略分為二個層次：1.基本面積保留概念 2.互補面積保留概念，即「等積異形」的概念（康軒，2003；譚寧君，1995）。而等積異形概念是本教學模組所要發展的一個重點，因此，本模組亦遵循其階層性來設計活動，即先發展並穩固基本面積保留概念的認知能力後，才往後發展等積異形之面積保留概念以輔助複合圖形面積的求算。

科學教育研究與發展季刊第四十四期

40

而面積測量概念係指以某單位量或測量工具，探索封閉圖形內的覆蓋情形的認知能力（譚寧君，1995），不僅包括正確操作測量工具、比較量的大小、運算測量值等，亦含納了對單位量的選擇、掌握與複製，並輔以等分及倍數觀念，而知覺到平面封閉圖形大小的能力（戴政吉、劉曼麗，2001）。亦可分為三個層次：1.基本面積概念2.單位面積概念3.直線測量面積概念，包含了面積公式、作圖、單位量的測量及轉換、面積包含關係等（譚寧君，1995）；此三個層次的概念由淺至深，互有其基礎及延伸關係。本教學模組之概念學習即依照其發展，先以單位面積的覆蓋活動建立面積基本概念，並作為引入面積公式的前導活動。同時，藉由對圖形做不同的合成分解，建立等分、倍數及等積異形的觀念，以奠定求算複合圖形面積的基礎認知及能力。

### (二)面積的教學：

許多面積概念的研究（王選發，2002；楊美惠，2002；戴政吉、劉曼麗，2001；譚寧君，1998）均顯示，學生常以視覺作為判別面積大小及求算面積的主要依據，此現象與Van Hiele（1986）提出之視覺辨識、分析、非形式演繹、演繹和嚴密性等五個幾何思考的發展層次頗為相符，依賴視覺辨識對學習來說，是股阻力（易產生迷思）也是一股助力。譚寧君（1995）認為面積教學應分為三部份：1.面積保留概念的形成，2.面積測量概念的建立，3.面積估測能力的培養，而要建立此三部份的概念及能力無一不需視覺的輔助。在求算複合圖形面積時，學生對圖形所進行之分析實則為一種心像運作的過程，即在經過分合移補的心像操作後，學生必須理解其面積的不變性，而此能力必須奠基於對圖形的視覺直觀分析能力。因此，研究者遂利用視覺直觀對學生學習的影響，透過圖形表徵及實作活動，做為強化心像並引渡到心像操作的橋樑。

事實上，面積概念的發展是從最初階的知覺空間轉化為表徵空間，再進階到概念空間的發展（譚寧君，1998）。其教學亦必須循序漸進，應先從操作經驗中開始察覺，慢慢進入半具體表徵，最後再進階到文字敘述的階段；在透過多次的經驗及察覺後，才能清晰而穩固的建立相關概念，這是無法從死記背誦中了解的（譚寧君，1998），所以研究者所設計的「面積教學模組」是逐步架構矩形面積

概念及公式為求算複合圖形面積之基礎，而除了教學活動安排具順序性之外，研究者亦提供實物操作、半具體圖示及文字等多元表徵的佈題及教學活動；同時，並鼓勵學童勇於反思及發表，藉由多種感官來加深學童之面積概念，以強化其認以議題中心教學法之結構性爭論模式進行環境議題教學之初探

41  
知。

## 參、 「故事式」面積教學模組的發展流程 與研究設計

### 一、 「故事式」面積教學模組的發展流程

本研究是以學校所採用之康軒93年版數學教科書第七冊（四下）面積單元的教學目標為教學模組設計之依準，因此，故事情節的編寫、教學活動及學習單的內容皆依循著教學目標發展及設計，並配合實施情況與研究參與人員不斷修改及調整（如圖1）。

### 二、 研究參與者：

- (一)研究者1：本教學模組的主要設計者，並擔任模組的實際教學工作，以及負責資料搜集及分析的工作。
- (二)研究者2：協助活動的檢視，與研究者1共同分析資料、討論模組教學實況，及研究結果的討論及校正。
- (三)研究對象：以研究者1所任教的雲林縣咖啡國小（化名）四年級一班學生共26名為研究對象。該班學生活潑乖巧，數學成績表現雖屬中上，然對數學並不具有濃厚的興趣；能上台「寫」答案，卻鮮少願意說明自己的解法。

### 三、 資料搜集：

由於本研究目的為探討學生對於求算複合圖形時的分析策略，因此以學生文件資料確立教學活動目標

編創「彈水四兄弟」故事

並設計學習單

討論與修訂

完成實施前之定稿

研究實施與反省

修改故事情節與學習單

活動回饋單填寫

進行半結構式訪談

分析研究資料

撰寫研究報告

圖1：研究發展及實施流程

科學教育研究與發展季刊第四十四期

42

為主要的搜集方向，包括了：活動一～五的學習單、各項作業（平時考卷、月考考卷、數學習作、數學作業簿、數學評量）、每個教學活動結束後撰寫的數學日誌、完成教學後之回饋單等；同時，將教學實況完整錄影，並轉譯成文件資料，再輔以研究者於每次教學後撰寫的研究日誌，做為研究者再反思的媒介與再驗證學生即時反應（解題策略）的工具。

### 四、 資料分析

由於所搜集的多屬質性資料，因此本研究資料分析主要用採用持續比較法和三角校

正法。在分析初期即依據研究目的，針對學生求算複合圖形的分析策略進行分類歸納，以形成初步的發現。

為了提昇資料分析結果在詮釋上的客觀性、適切性及準確性，研究者採用多種方法、多方來源、多位研究參與者等三個向度做為進一步資料分析的依據，即本研究包含了1.方法的 2.資料來源的 3.分析者的三角校正。透過教學觀察、學生文件資料、評量等方法來了解分析學生的解題策略，是為「方法的三角校正」；藉由教學觀察記錄、學生文件等資料來交互驗證研究發現的一致性，是為「資料來源的三角校正」；經由研究者1 與研究者2 不斷的討論分享及辯證修改，以避免研究者個人過於主觀的認定或推論，則為「分析者的三角校正」。（吳芝儀、李奉儒譯，1995）

## 肆、「故事式」面積教學模組之內涵

本研究旨在將研究者自創的故事融入課室的數學教學，藉此提昇學生的學習興趣，激發學生對於面積概念及解題策略的討論，增進學習成效；並架構面積概念及公式為求算複合圖形面積之基礎，透過研究實施過程，歸納分析學生求算複合圖形面積時所運用的解題策略。

### 一、內容介紹：

本教學模組以學校所採用教科書面積單元之教學目標為設計依準，主要涉及的數學概念有：以個別單位描述面積；了解矩形面積公式的中文簡記式及其意義；矩形及單純複合圖形面積的形式計算等。

研究者自創之故事「彈水四兄弟」係採用盛行於學生間的網路遊戲「彈水阿給」為主角，輔以「蝦卷」、「魚丸」、「鐵蛋」三個兄弟，增添故事的想像及趣味。研究者將「彈水四兄弟」故事融入課室教學中，配合教學目標及故事情節，循序漸進安排面積相關概念的學習，以五個教學活動貫串整個面積單元，分別為《誰的魔毯大？》、《誰的披風以議題中心教學法之結構性爭論模式進行環境議題教學之初探

43

大？》、《施了魔法的信封》、《神奇的魔法披風》、《誰是找路王？》，教學時間為5 節課，主要的故事情節如下，教學活動的內容摘要則如表2 所示。

#### （活動一：誰的魔毯大？）

這四位英雄各自擁有一張可以載著人飛翔的魔毯，魔毯陪著四兄弟出生入死，所以四兄弟都相當珍惜自己的魔毯。有一天，四兄弟爭論起到底誰的魔毯面積是最大的。

#### （活動二：誰的披風大？）

彈水王國最大的敵人——56 魔人——最近練成了魔音傳腦，變得更厲害了，因此彈水國王送給四兄弟每人一件披風，並附上一封信。收到披風的四兄弟都相當高興，紛紛拿著披風互相比較。不久，四兄弟又爭論起誰的披風面積較大？

『

在彈水王國有

四個兄弟——阿

給、魚丸、蝦卷、鐵蛋——負責保護國王安全，只要有任何危險，他們就會馬上出動。

科學教育研究與發展季刊第四十四期  
44

### (活動三：施了魔法的神奇信紙)

國王的信的內容如下：

“親愛的彈水、魚丸、鐵蛋、蝦卷，你們好：

56 魔人抓走了四位美麗的公主，希望你們能救回她們。送你們每人一件披風，這些披風與信封被千年巫女施了神奇魔法，只要你們能解開謎題，披風就可以擁有更神奇、更強大的力量。如果你們救回公主，我就把公主許配給你們！

彈水國王 上

### (活動四：神奇的魔法披風)

聰明的四兄弟合力把謎題給解開了，他們披上披風準備出發去救公主，沒想到，神奇的事情發生了！披風竟然配合每個人的個性改變了形狀，而且披風的形狀變得更複雜了。那，到底改變形狀後的魔法披風，誰的是最大的呢？

以議題中心教學法之結構性爭論模式進行環境議題教學之初探

45

### (活動五：誰是找路王——疊合的複合面積)

披上神奇披風，四兄弟出發了。他們決定各自從不同的地方出發，看誰能最快到達56 魔人的城堡。誰走過的道路面積最少？誰的最多呢？到達目的地，與56 魔人大戰三百回合後，四兄弟終於制服了56 魔人，牠卻哭著說牠是因為孤單才會抓公主來做伴，四兄弟相當同情56 魔人，便邀請牠回彈水王國一同居住。彈水四兄弟凱旋歸來，國王相當的高興，答應履行承諾將四位公主嫁給四兄弟。

表2. 「故事式」面積教學模組各活動之內容摘要

活動名稱 教學

時間 設計理念及活動目標 數學概念

前引活動：

彈水四兄弟

10

分

介紹故事背景，利用彈水四兄弟肖像畫的繪製激起想像力，增加與故事的互動。

活動一：

誰的魔毯大？

15

分

利用實際操作平方公分板量出圖形面積，做為引渡到矩形面積公式的媒介。

1.以個別單位描述面積。

2.用乘法簡化矩形面積

的點算。

活動二：

誰的披風大？

15

分

利用直尺量出矩形的長寬，再利用矩形面積公式求出披風的面積。

能利用面積公式求算出

矩形面積。

活動三：

施了魔法的信

封

40

分

（將信封口剪出創意造型後，把信紙拉出來4 cm，求出“信紙拉出來部份的面積”。）

藉由實作體驗面積保留概念，了解到可藉由切割、遞移、拼湊等策略求非矩形面積的事實，做為求複合圖形面積的前導活動。

1.建立面積的保留概念。

2.能運用覆蓋、切割、遞

移、拼湊等策略求解。

3.能利用「長 $\times$ 寬」求出

長方形面積。

~ending~ 』

科學教育研究與發展季刊第四十四期

46

活動四：

神奇的魔法披

風

80

分

藉由合作討論，激盪出多元解題策略，讓

學生了解到求複合圖形面積的途徑並非唯一。

運用「長方形的對邊等長」的概念求出所需的各線段長。

讓學生自行設計披風，加強圖形概念及各線段長度間的關係，培養繪圖能力，增強對出題時“必須條件”的敏銳度。

1.以平方公分描述面積。

2.能求出未重疊複合圖形的面積。

(1)選擇適合的分析策略。

(2)能求出所需各線段長。

(3)用矩形公式求出面積。

3.能繪製出條件充分的複合圖形。

活動五：

誰是找路王？

40

分

利用具有重疊特性的複合圖形，讓學生了解亦可利用「扣除重疊部份」的策略求面積。

能看出複合圖形中之重疊性，順利求出面積。

## 二、實施方式：

本教學模組的實施是由研究者口述故事之情節發展，配合階段性的教學目標，適時將故事停頓，給予學生相對應的學習單以進行教學，待完成該階段教學後，再將故事及教學活動往下推行。同時，研究者亦將合作學習的理念融入教學中，將全班依異質性分為6組，每組4~5人，視情況讓學生自行構思解題，或分組討論後，再推派或採輪流的方式上台進行全班分享。於五個活動結束後，請學生填寫回饋單，回饋單包含了認知的後測、自我評估及情意的回饋等。

## 伍、「故事式」面積教學模組於數學課堂之實踐結果

從本模組的教學實施過程中，研究者看見因故事增添了數學的趣味性，而提昇了學生的學習興趣，許多學生不僅學習更為積極主動，也變得更喜歡數學；因故事營造的愉悅氣氛而使學生討論更熱烈，並激盪出多樣化的解題策略，促進了學習的成效；當然研究者也看到了學生所產生的一些迷思概念。惟因為篇幅有限，因此本文僅就學生求算複合圖形面積時的分析策略進行描述，至於學生在情意與其他方面的表現，則再另外為文報導。

研究者持續觀察課堂上學生的學習反應、收集各項學生文件資料並撰寫研究日誌，將資料持續比較、歸納分析後，針對學生求算複合圖形面積時的分析策略進行探討，結果發現學生激盪出的策略，主要包括：直接分割、扣除—填補、扣除重疊、分割—單位



以議題中心教學法之結構性爭論模式進行環境議題教學之初探

47

面積、分割—遞移—拼湊、對稱分割等六種，分述如下：

### 一、「直接分割」策略

在圖一及圖二中，學生皆是直接先將圖形一分為二個區塊，分別算出個別面積之後再加總以求出最後答案，此即為「直接分割」策略。對於學生來說，只需要「直接分割」的策略在視覺上是較具直觀性，也因其「一步驟思考歷程」的特性，更降低了分析時的困難度，而使其成為各種圖形分析策略中最容易理解，也最常被學生應用的一項策略。例如在《活動四：神奇的魔法披風》中，對於阿給披風(圖一)的面積計算，全班26人中就有19人選擇直接分割策略，對於魚丸的披風(圖二)，則有20人選擇分割的策略。甚至有些題目本意是要利用「扣除重疊部份面積」的策略求解，但學生仍直觀的利用「直接分割」策略來分析圖形。如圖三，小富即是將道路圖形縱切分為二區塊後，算出個別面積再加總以求解。

圖二：杏子(活動四學習單)

圖一：小鑫(活動四學習單)

科學教育研究與發展季刊第四十四期

48

圖三：小富(回饋單後測)

圖四：阿乘(活動四學習單)

圖五：佩佩(回饋單後測)

### 二、「填補—扣除」的解題策略：

所謂「填補—扣除」策略係指先利用輔助線將圖形填滿為單純的矩形，再扣除多補上的部份面積以求得原圖形面積之策略，如圖四及圖五。

在此次研究中，「填補—扣除」策略出現的頻率僅次於「直接分割」策略，因為本策略必須先把圖形填滿再扣除多算的部份，在視覺上較不具直觀性；在認知上則是屬於二步驟思考歷程，其理解層次高於直接分割圖形的一步驟策略，即在心像圖形的轉換上是較難的。因此，應用此策略的學生普遍上來說少於「直接分割」者是可以理解的。

以議題中心教學法之結構性爭論模式進行環境議題教學之初探

49

圖六：朋朋(回饋單後測)

圖七：宗宗(回饋單後測)

### 三、「扣除重疊」的解題策略

「扣除重疊」策略係指先將原複合圖形看成(或可說分為)數個部份重疊的區塊矩形，把各區塊面積加總後，再扣掉相互重疊部份的面積以求得正確解。如圖六，朋朋即是先將二條矩形道路的面積相加，再扣掉道路重疊部份的面積以求得實際面積。

有些複合圖形具有重疊的特性，利用「扣除重疊」來分析圖形求解是最便利的。然而，相較於前面二個策略，此類圖形的重疊部份是「隱藏」的，因此「重疊部份面積必須被扣除」的特性更是不容易為學生所「看見」。在圖七中，宗宗將二條道路面積加總後，卻未再扣除道路重疊部份的面積，即重疊部份常是學生解題時容易忽略的，也是導致學生無法順利解題的主因。因為「扣除重疊」策略具有更低的「可看見性」，所以應用此方法求解的學生並不多，通常只有出現在典型的「扣除重疊」題目時，學生才會習慣性的選擇此策略。

### 四、「分割—單位面積」的解題策略

某些題目因為經過巧妙設計，學生可先將圖形分割為數塊等面積大小的矩形，再利用單位面積的概念求出圖形總面積，此即為「分割—單位面積」策略。如圖八，蓉兒先

圖九：小郭（回饋單後測）

將原圖形分割成9個邊長為5 cm的正方形，接著求出單位區塊（即正方形）的面積為25平方公分，最後乘以9倍即順利求得正確答案。

除了上述具直觀性的「分割－單位面積」策略之外，亦有學生是利用「先填補、後利用單位面積扣除」的策略來解題。如圖九，小郭先利用輔助線將原圖形填補為大長方形後，把欲扣除的部份分割為三個邊長為5 cm的正方形，接著求出單位區塊的面積為25平方公分，再乘以3倍求出欲扣除部份的總面積，最後再用大長方形面積扣除之，即得正確答案。此層次的學生不僅能看見所給圖形的單位面積，更可「看見」圖形在填補轉換為矩形後所「隱藏」的單位面積，即此學生已能靈活運用「單位面積」求解，對於圖形有一定的敏銳度，其對圖形的邏輯分析能力更提高了一個層次。

儀儀的數學反應雖快，但學習不用心，導致學習成就一直不是相當理想。然而，在此次研究中，儀儀卻有了令人驚喜的表現。圖十為儀儀在數學習作上解題記錄，顯示了她不僅能將圖形適當的分割為三等份，在第二步驟更利用長方形為單位面積求解。此策略難得之處是在於她已經更進一步的打破了「單位面積必須是正方形」的迷思，利用「長方形為單位圖形」，再運用倍數概念求解。

圖八：蓉兒（回饋單後測）

以議題中心教學法之結構性爭論模式進行環境議題教學之初探

圖十一：小秉（回饋單後測）

圖十：儀儀－數學習作－

「分割－單位面積」策略的認知層次是高於單純分割策略的，因為學生除了必須具有分割及求算矩形面積的概念，亦要能判讀出圖形具有「等分」的事實；在認知上，此策略已破除了單位面積必須為1平方公分或1平方公尺的迷思，更甚者，同時也破除了單位面積必為正方形的迷思，即長方形同樣可為單位圖形。

### 五、 「分割－遞移－拼湊」的解題策略

所謂「分割－遞移－拼湊」策略係指將原複合圖形

先適當切割後，將切割下來的區塊圖形遞移，目的是與切割後剩餘的圖形拼湊為矩形，以利簡化計算，即最後

只需利用矩形公式求解即可。如圖十一所示，小秉先將右下的正方形切割並遞移到上面缺口後，使整個圖形轉變為一個正方形，接著算出大正方形的邊長，再運用面積公式即求得答案。

「分割－遞移－拼湊」策略的概念及應用對於幾何的學習來說具有催化及昇華的效果，卻甚少為學生所使用，不僅因其為三步驟思考歷程，更因為它需要較高層次的心像圖形移動能力，一般中低成就的孩子不容易「看見」圖形遞移後的效果，所以在各種分析策略中被使用的比率是偏低的。如圖十一，全班26個學生中只有2人採用此策略求解。此策略的使用不僅能引導孩子洞悉分割後區塊圖形之間的關係，亦能藉由拼湊的結果簡化計算過程，協助解題。因此，此項能力雖然是屬於較高層次的學習，教師仍應盡量尋求機會讓學生練習、培養此項能力。

### 六、 「對稱分割」的解題策略

「對稱分割」策略雖然在此次研究的實施過程中只出現過一次，但仍讓研究者雀躍

圖十二：第3組（活動四學習單）

不已！因為此策略已遠遠的超出了單純依循圖形原貌分割求面積的基礎層次，他們已能看出圖形的對稱性，並利用這項特性求解，這樣迷人的解題策略是完全的出乎研究者意料之外的！

如圖十二所示，此解題策略是由一個小組的成員共同腦力激盪想出來的，他們先把鐵蛋的披風圖形對稱分割為四等份，接著算出其中一等份的面積大小，最後再乘以總份數，即為所求總面積的大小。依此題而言，利用這樣的分析策略來解題並非最簡捷的，然而，卻可看出學生對於幾何圖形的性質及其意義不僅有清晰的概念理解，更能運用這樣的認知概念（對稱）來分析圖形，換言之，學生看到的已不再只是一個「單純的圖形」，更看到了\_\_\_\_\_圖形裡隱含的幾何性質。

整體而言，複合圖形面積形式計算的第一步即是必須先對複雜的圖形做分析，分析圖形的能力是一種幾何的邏輯思考，也是能否成功解題的重要關鍵。在此部份，學生所運用的分析策略相當多元化，經由不斷的腦力激盪及持續性的討論，策略從一開始較具直觀性的「直接分割」圖形，逐漸的提昇到「填補－扣除」、「扣除重疊」策略，更有少數則進階到「分割－單位面積」、「分割－遞移－拼湊」策略，而其中最令人驚喜的是「對稱分割」策略的應用，這早已超出了一般四年級的認知層次，屬於高層次的幾何圖形的邏輯分析能力。討論及分享不僅讓學生彼此的想法有所交流，讓數學的學習更為豐富精彩，更激盪出了美麗的火花。

## 陸、結語與建議

本研究以教科書原本的課程內容為活動設計基礎，立足於學生喜歡故事的天性，配合故事情境佈題，以討論及發表的上課形式增進學生之間的互動，給予獨立思考的機會以議題中心教學法之結構性爭論模式進行環境議題教學之初探

53

圖十三：寬寬（數學習作）

與空間。

由學生自己主動建構的知識是最有價值，也是最穩固的。學生因融入故事及討論的教學方式而對學習表現的興致高昂，願意主動學習，因此也促進了數學學習的成效。教師提供了開放空間讓學生自由討論，學生不僅因此激盪出「直接分割」、「扣除－填補」、「扣除重疊」、「分割－單位面積」、「分割－遞移－拼湊」、「對稱分割」等六種分析圖形的解題策略，且更進一步的能依題目圖形的情況而選擇較簡便易算的分析策略來協助解題。在溝通分享中，學生互相學習彼此的解題技巧，亦幫助了解題的流暢性，使數學思考更靈活而深入。這些令人興奮的成果是研究者當初始料未及的！

在此，研究者分析能順利求算出複合圖形面積的學生的課堂發表及文件資料，歸納出5個他們共有的解題特性，可做為教師進行教學時輔助學生學習的有效技巧及工具。在此以圖十三寬寬的解題歷程為例說明如下：

- 1.能根據圖形的特性，選擇適合的分析策略，如：分割、填補－扣除或扣除重疊等。
- 2.利用輔助線，將圖形分割或填補；藉此突顯各區塊圖形的界線，及所需求得的各線段長，即可幫助解題者釐清所需求算的區塊圖形面積為何。
- 3.將分割或填補後的區塊編碼，如**123**，以幫助釐清區塊圖形之間獨立或重疊的關係，亦可使列寫計算過程時，算式與區

塊圖形的對應關係更為清楚。

4.在圖形標示出各線段長度，幫助釐清各線段間的關係，以便能順利找出計算各區塊面積時所需的線段長。

5.配合各區塊編碼，依一定方向書寫算式。具有次序性及規律的算式書寫有助於提高計算脈絡的清晰度，即能避免因算式混亂而導致的錯誤。

研究的最終目的是期望能改善並精緻教師的教學，因此，研究者針對本教學模組及面積教學的實施提出下列幾點建議：

科學教育研究與發展季刊第四十四期

54

## 一、複習時，佈題還是必須回歸到真實生活的情境

研究者將故事融入於數學教學之中，以作為引發學生學習數學的興趣之觸媒，雖可提昇教學時的趣味性，但卻較脫離實際生活，因此教師在稍後複習時，還是應該回歸到真實生活情境的佈題，讓學生明瞭數學是來自於生活，進而培養學生將數學應用於生活之能力。

## 二、利用覆蓋活動強化面積及周長概念，釐清矩形面積公式的意義

覆蓋活動雖是很平常的教學活動，然而學生卻可從實際操作中更真切的知覺到面積的真正意義，能覆蓋活動能輔助學生從點數層次躍進到運用乘法策略來計算面積，亦能藉此導出矩形面積公式。

## 三、對於無法有效分析複合圖形的學生，可輔以教具的實際操作

教師可增加「等積異形」圖形分解合成的操作活動，提供充分的時空讓學生經驗並察覺圖形經過分割、平移、旋轉、拼湊等幾何轉換後的面積不變性，穩固其面積保留概念；並藉此提昇學生分析圖形時的敏感度，強化其對於圖形樣式、邊長關係等概念，使其能有效利用矩形對邊等長等概念求出解題時所需的各線段長。

## 四、以多元表徵的方式佈題，提供學生思考的機會

教師應該要能將實際操作物、圖形表徵、語文表徵彈性的融入教學中，以多元表徵來佈題，讓學生從不同的面向去思考、在不同的表徵之間做轉換，如此將有助於學生思考及判斷能力的培養，藉以穩固其數學的知識系統。

## 五、提供舞台讓學生進行討論及分享，並指導學生配合圖形示意，

有一條理的說明解題策略。

教師要多提供機會讓學生發表，使其再次審視自己的解題，發現自我迷思、釐清迷思，建構更穩固的知識系統，並培養其後設認知能力。同時，教師除了必須鼓勵學生發表，更該適時指導學生口頭及文字的表達及解說技巧，如配合圖形示意、分項條列式等。

## 六、多增添對於「文字敘述題」的練習，培養「繪圖」能力以輔助

解題。

許多孩子雖能正確計算出視覺化圖形的面積，然而一旦面對文字題，常因為多了一道語言轉譯的程序而易於誤解題意，導致無法正確解題。教師可藉由培養孩子依文字陳述畫出相對應圖形的「繪圖」能力，作為輔助解題的有力工具，亦可成為幾何圖形心智影像的引導。

以議題中心教學法之結構性爭論模式進行環境議題教學之初探

55

儘管現今教育改革強調教學必須以學生為中心，但不可否認的是教師對於教學成效優劣仍握有關鍵性的決定權，教師必須明白教科書儘管重要，教學活動能否對學生產生有效影響，主要還是取決於教師如何要有技巧的呈現教科書中數學主題的概念及內容。教師自身必須不斷的成長，才能呈現更多、更豐富的教學內涵。對於教學活動的設計與呈現，教師亦要有勇氣去嘗試及創新，才能帶給學生更多的學習樂趣與動力，而教師也能在此過程中與學生共同成長，創造雙贏的局面。

### 參考文獻

王選發(2002)：國小六年級學童面積學習之研究。臺中師範學院數學教育學系碩士論文。

吳芝儀、李奉儒(1995 譯)：質的評鑑與研究(Patton, 1990; *Qualitative evaluation and research methods*)。台北：桂冠。

吳德邦、馬秀蘭、朱芳謀、簡秀儀(1997)：國小四至六年級學生解決四邊形面積問題之研究。國民教育集刊，5，165-181。

姚如芬(2001)。從學校本位教學模組組織發展協助小學數學教師專業成長之研究。載於國立嘉義大學教育學院主編：2001 年海峽兩岸小學教育學術研討會論文集，185-208。

高雄，復文圖書出版社。

唐淑華(2004)：情意教學——故事導論取向。台北市：心理出版社。

康軒文化事業股份有限公司(2003)。國小數學教師手冊第八冊(4 下)。台北縣：康軒文化事業股份有限公司。

陳人慧、徐新逸(2005)：兒童說故事活動的魅力與教學策略。國教世紀，215 期，25-32。

陳嘉皇(2002)：面積公式之運用在數學教學與問題解決上的疑惑和啟示。國教天地，第 150 期，P24-P29。

楊美惠(2002)：直觀規律對 k - 6 年級學童面積概念之探究。國立台北師範學院數學教育研究所碩士論文。

熊召弟(1996)：科學童話在自然科學教學的意義。國民教育，36(3)，26-31。

戴政吉、劉曼麗(2001)：國小四年級學童面積概念之研究。九十學年度師範學院教育學術論文發表會論文集，1757-1783。

羅葆善(1993)：提升兒童語文能力的方法。國教世紀，28(5)，32-35。

譚寧君(1995)：面積概念探討。國民教育，35(7.8)，14-19。

譚寧君(1998)：國小兒童面積迷思概念分析研究。國立臺北師範學院學報，11 期，科學教育研究與發展季刊第四十四期

56

573-602。

Collins, R. & Cooper, P.J. (1997). *The power of story: teaching through storytelling*. Boston: Allyn and Bacon.

Engel, S. (1995). *The stories children tell: Making sense of the narratives of childhood*. New York: Freeman.

van Hiele, P.M.(1986).*Structure and insight: A theory of mathematics education*. Orlando, FL: Academic Press.

以議題中心教學法之結構性爭論模式進行環境議題教學之初探

57

# Integrating Story into “Area” Instructional Module

Hsiao-Ching Lin<sup>1</sup> Ru-Fen Yan<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Yeong Guage Primary School, Yunlin County

<sup>2</sup>Graduate Institute of Mathematics Education, National Chian-yi University

## Abstract

The main purpose of this study was to investigate the students’ strategies of solving multiple area problems through integrating the story into “area” instructional module. Twenty-six fourth grade students were selected to participate in this study. Based on the research purpose, related document, such as learning sheets, mathematics journal, tests, were collected and analyzed for investigating participants’ problems-solving strategies during the period of conducting area module. Results showed that integrating the story into mathematics teaching could encourage students’ learning motivation. Results also indicated that students could create strategies from group discussion and cooperation, and the strategies used by students to solve multiple and complex area problems were diverse and amazing. These findings were useful for researchers to reflect and to modify the design of this area module. Finally, some suggestions were also presented in this article for teaching “area” and using the “story-based” instructional module.

Key words: mathematics instructional module, story-based teaching, area

---