

臺北地區國小學童小數迷思概念之研究

阮麗蓉 曹雅玲

臺北市立教育大學數學資訊教育研究所

(投稿日期：94年10月8日；修正日期：94年10月21日；接受日期：94年10月25日)

摘要

本研究旨在透過筆試及訪談，探究國小四到六年級學童在小數學習上的表現，以瞭解學童小數概念發展的過程中，可能產生的迷思概念及其產生的可能成因。本研究以臺北地區兩所學校四到六年級共 178 人為研究樣本，研究結果發現，學童在小數概念上，容易形成迷思概念的可能原因有：無法掌握單位量、不清楚小數點左右兩邊整數與小數間的關係、不了解位值的意義及十進位關係、不知道小數具有稠密性、在比較大小時，會利用整數規則或是分數規則。希望藉此能作為教師實施教學上的參考。

關鍵字：小數、迷思概念、國小學童

壹、緒論

一、研究動機

國小數學教育的目標是幫助學童獲得有關的數學知識，在國小階段，『數與量』又分為「整數」、「量與實測」、「有理數」和「估算」等子題。在現行的數學教材中，小數的學習內容分佈在三至六年級，著重於學童小數概念的獲得。然而，根據許多研究報告及結果顯示，學童在小數學習的表現並不理想，存在許多迷思概念(misconceptions) (Wearne & Hiebert, 1986; 艾如昀, 1994; 吳昭容, 1996; 劉曼麗, 1998, 1999, 2002; 郭孟儒, 2002; 梁惠珍, 2003)。九年一貫課程自九十學年度分階段實施以來，直到九十三學年度才在國民小學全面實施，因此雖然從過去的小數相關文獻中，發現有不少文獻對學童的小數迷思概念做探討，但卻沒有針對接受九年一貫課程的學童做過研究。本研究乃針對接受九年一貫教材的國小四到六年級學童在小數概念上的表現情況進行探究，期望從中找出相關迷思概念並提出教學建議，以做為教學上的參考。

二、研究目的與限制

本研究主要是探討國小四、五、六年級學童的小數概念。除瞭解國小學童在小數問題上的表現外，並試著找出他們迷思概念的形成原因，以作為教師在教學上的參考。

本研究只從學童的筆試及訪談中分析學童的迷思概念及其成因，至於任課老師所採用的教學法、學童的素質、班級氣氛……等變因，不在本研究的範圍。此外，為考量研究的方便性與效率，僅以兩所學校，作為樣本的來源，所以本研究無法推廣到樣本以外的其他學童。

貳、文獻探討

一、小數知識探討

小數的概念源自於分數，而其記數系統則是從整數的十進位制延伸而來的。參考一些對小數與分數、整數異同性所做的研究(Resnick, Nesher, Leonard, Magone, Omanson & Peled, 1989)，研究者就小數與分數及小數與整數的關係來進行說明。

從小數與分數的關係來看，小數可以視為不帶分母的十進位分數，雖然小數和分數都可以用來代表不滿一個單位量的量，但在其符號表示上，卻有著極大的不同：分數的分母代表切割的份數，而分子則代表得到的數目，但小數的數字卻只代表得到的數目，而其切割的份數則被隱藏在位值裡；分數的分割是隨著分母的不同而得到不同的分數，但小數的分割則被限制在10的冪次方裡(郭孟儒, 2002)。

從小數與整數的關係來看，小數與整數的位值都是由左向右遞減，每一個位值都是其右邊的十倍；小數部分離小數點越遠，其位值越小，而整數部分則是離小數點越遠，其位值越大(郭孟儒, 2002)。

小數與分數的不同處以及小數與整數的不同處，正是干擾學童建構小數概念的原因(劉曼麗, 2003)。如果學童對小數的理解不夠，就極易產生迷思概念。

二、九年一貫暫行綱要與小數相關之教材內容

小數在國小階段的數學教育上是一個重要的教學重點。九年一貫暫行綱要的課程中有關小數教材的內容，各版本課本雖然進度稍有不同，但主要還是依據九年一貫暫行綱要所編寫的。如表 1 所示，在九年一貫的課程中，雖然在第一階段的能力指標中就有涉及小數教材，但大部分版本都是從三年級開始介紹小數，此階段以介紹一位小數的概念為主。在四、五年級的教材中，進一步介紹兩位小數的概念，並利用數線來做表徵。在六年級的教材中，則是延伸至三位以上的小數，並介紹小數的四則運算。

表 1 九年一貫暫行綱要中與小數相關指標

『數與量』能力指標中與小數相關之指標	年級	教材內容
N-1-8 在一個整體 1 被明確十等分的具體生活情境中(包含離散量、連續量)，能以一位小數描述其中的幾分，並能進行一位小數的合成、分解活動(和及被減數 <1)。	三	<ul style="list-style-type: none"> • 一位小數的認識、合成、分解 • 一位小數的加減 • 一位小數的大小比較
N-2-7 能以二位小數描述具體的量，並解決二位小數的合成、分解及簡單整數倍問題。	四	<ul style="list-style-type: none"> • 二位小數的認識、化聚、進位與位值 • 認識帶小數 • 解決二位小數的合成、分解問題 • 小數的數線
N-2-19 能利用等分好的線段上，做出一條簡單的整數數線，並能進一步延伸至簡單的分數和小數的數線。	五	<ul style="list-style-type: none"> • 一、二位小數加減計算及直式紀錄 • 小數的簡單整數倍 • 解決二位小數的乘法問題
N-3-5 能延伸小數的認識到三位以上(小數)，並解決生活中與小數有關的加、減、乘、除問題。	六	<ul style="list-style-type: none"> • 三位小數的加減 • 用分數、小數表示除的結果 • 小數和分數互化 • 小數除以整數、整數除以小數、小數除以小數 • 嘗試理解整數與小數的乘法直式算則
N-3-6 在具體情境中，能用分數、小數表示除的結果(除的結果為有限小數)。		

三、小數迷思概念

有許多探討學童概念理解的研究都發現學童在進入學習情境之前，已經有了許多概念，並且會利用這些概念來解釋教師授課的內容。然而學童的這些概念，經常與專家學者的概念有所不同，於是國內學者將這些概念稱之為「錯誤概念」、「迷失概念」、「迷思概念」，而國外學者則稱之為「misconceptions」。

從文獻中發現，國內外學童學習小數均有許多的迷思概念產生。當學生無法掌握小數問題時，往往將其所知的整數或分數知識過度類推而產生。從現行的數學教材分析，與小數相關的內容皆分佈在三至六年級。表 2 就相關的文獻整理歸納出學童在學習小數方面常犯的錯誤和學習困難的地方，並為本研究提供一個參照點。

表 2 小數概念與迷思概念對照表

	小數概念	迷思概念	相關研究或文獻
小 數 意 義	小數圖形表徵	◎認為a. b 個就是a 個及將單位量分成b 份取其中的一份。	劉曼麗(2003)
		◎在連續量的情境中，將小數點左邊的數視為大單位的個數，右邊的數視為小單位的個數。	劉曼麗(2003)
		◎將單位小數的內容物個數皆視為1。	劉曼麗(2002); 梁惠珍(2003)
小 數 的 辨 識	小數與分數雙向連結	◎直接把分子當成整數部分而把分母當成小數部分($\frac{b}{a}=a. b$)	艾如昀(1994); 劉曼麗(1999,2003c); Wearne & Hiebert(1986)
		◎直接把分母當成整數部分而把分子當成小數部分($\frac{b}{a}=b. a$)	艾如昀(1994); 劉曼麗(1999) Wearne & Hiebert(1986)
		◎不管分母的數字，就直接把分子拿來當成小數部分($\frac{b}{a}=0. b$)	艾如昀(1994); 劉曼麗(1999) Wearne & Hiebert(1986)
小 數 的 讀 法	小數的辨識	◎只要有小數點就是小數，且小數點可不限1 個。	劉曼麗(2002b)
		◎小數點右邊的數若皆為0，則該數是整數，不是小數。	劉曼麗(2002b)
	小數的讀法	◎以整數讀法來讀小數點後面的數字。 ◎將小數點兩邊的數字略讀。	劉曼麗(2002b) 劉曼麗(2002b)
小 數 的 化 聚	小數的位名、位值	◎受到整數位名、位值的影響，將整數的位名、位值套用在小數上。	劉曼麗(2002b)
	小數的化聚	◎受到0的影響而將個數放在小數點後。	劉曼麗(2002b)
		◎任何一個數乘以0點幾，答案就會變0點幾。	郭孟儒(2002)
小 數 的 稠 密 性	小數的稠密性	◎認為兩個小數之間並無任何數的存在。	劉曼麗(2002b)
	比較小數的大小	◎整數法則：學童認為小數點後數字越多，其值越大。 ◎分數法則：學童認為小數點後數字越多，被分割成的部分就越小，所以其值越小。 ◎完全忽視小數點的存在	艾如昀(1994); 吳昭容(1996) 劉曼麗(1999,2003c) 艾如昀(1994); 吳昭容(1996) Irit(2003); Roberta(2003) 吳昭容(1996); Wearne & Hiebert(1986)
	小數的估算	◎由小數的表面形式猜答。 ◎受算則影響而估算錯誤。	劉曼麗(2002b) 劉曼麗(2002b)
小 數 單 複 名 數 的 轉 換	小數單複名數的轉換	◎把小數點當成隔開大單位與小單位數字的記號。	劉曼麗(1999); 郭孟儒(2002)

根據相關研究結果報告，關於學童在小數迷思概念，在圖形表徵方面，無論是在連續量或離散量，學童的迷思可能來自於缺乏對單位量的掌握（劉曼麗2002,2003；梁惠珍2003）。在小數與分數雙向連結方面，由於學童對小數的意義不夠瞭解，不清楚小數點左右兩邊數字間的關係，導致在分數與小數的轉換上產生迷思概念(艾如昀, 1994；劉曼麗, 1999, 2003c；Wearne & Hiebert, 1986)。在小數的讀法方面，小數由於是由整數部分和小數部分所組成，因此所產生的迷思可能出現在整數部分，亦可能出現在小數部分(劉曼麗,2002b)。在小數位名方面，學童因為對數字的位名不清楚，使得在將小數填入定位表時，容易出現迷思(劉曼麗,2002b)。在位值方面，不瞭解位值間的十進位關係，不瞭解位值的意義，皆會造成迷思概念的產生(劉曼麗,2002b)。小數的化聚方面，學童若不清楚小數和整數間的關係，就容易在小數化聚時出現迷思概念(劉曼麗,2002b；郭孟儒, 2002)。在稠密性方面，大部分學童不知道小數具有稠密性，顯示此一性質對國小學童來說，是比較困難的(劉曼麗, 2002b)。在比較大小時，學童受到整數法則與分數法則的影響，會產生利用整數規則及分數規則來判斷小數大小的迷思概念(艾如昀, 1994；吳昭容, 1996；劉曼麗, 1999, 2003c；Irit, 2003)；Roberta, 2003)。單複名數轉換時，學童易未考慮到大單位與小單位間的轉換關係，僅以小數點來當做大單位與小單位的分界(劉曼麗, 1999；郭孟儒, 2002)。

依據上面文獻的部分發現，學生在小數概念的學習上有著各種迷思，因此希望藉由此次研究了解學童學習小數時所形成的迷思概念，以作為研究者後續在小數教學活動的設計之依據並給予教師教學上的一個參考。

參、研究方法

本研究採用調查研究法，以橫斷式調查(cross-sectional survey)，以筆試及個案訪談紀錄為主，資料分析則以敘述性統計和內容分析法來進行分析，藉此瞭解國小四、五、六年級學童在小數學習上所產生的迷思概念。

一、研究樣本

本研究的研究對象是接受九年一貫課程的國小四、五、六年級學童，研究者基於地利之便，取樣以大臺北地區為主，為考慮人力、時間，只選取臺北地區兩所學校，每校四、五、六年級各一班，總計 178 人作為研究對象。人數分配情形如表 3。

表 3 研究樣本人數分配情形

	甲校	乙校	合計
四年級	27	33	60
五年級	27	25	52
六年級	33	33	66
合計	87	91	178

二、研究工具

筆試工具所採用的試題主要依九年一貫課程中國小小數教材內容及參考文獻中所提出有關小數學習上的迷思概念來設計，再請熟悉小數教材的師院教授及國小教師針對筆試內容作審查，如表 4 所示，其 α 信度在各年級皆高達 .81 以上，而整體的 α 信度則高達 .88，因此筆試工具具有不錯的信度與效度。

表 4 筆試工具信度表

	四年級	五年級	六年級	整體
α 信度	.8132	.8532	.9080	.8827

由於研究者聚焦在小數概念的迷思上，因此學童在處理小數四則運算問題時所可能產生迷思的概念不列入本次研究中。筆試工具以小數意義、小數結構、小數應用三方面為主，其中每一方面又包含了數個小數概念(如表 5)。筆試初稿先請四、五、六年級每年級各兩位學童試做，再進行修正。正式筆試共計 19 題，其中繪圖題三題，選擇題十題，填空題六題，施測時間為 25 分鐘。

訪談工具則是針對訪談對象在筆試中作答錯誤的題目，加以修改後形成問卷。因此，每個訪談對象的訪談問卷內容都不相同。

表 5 小數概念和紙筆測驗內容雙向分析表

小數概念			題號
小數意義	小數圖形表徵	連續量	2
		離散量內容物單一	5
		離散量內容物多個	4
	小數與分數雙向連結	小數換成分數	7
		分數換成小數	8
小數結構	小數的辨識		1
	小數的讀法		6
	小數的位名		13
	小數的位值		14
	小數的化聚	一位小數的化聚	10.17
		二位小數的化聚	11.18
小數應用	小數的稠密性		3
	比較小數大小	等值小數	12
		非等值小數	9
	小數的估算		19
	單複名數的轉換	單名數轉成複名數	15
		複名數轉成單名數	16

三、資料收集與分析

資料的收集來自於筆試結果及訪談紀錄。訪談於筆試之後三天內實施，根據筆試的結果，每題中挑選二至三名不同錯誤類型的學童進行訪談。

訪談時間以每位學童不超過 30 分鐘為原則。訪談期間除研究者隨手記錄外，並採全程錄音。訪談結束後，將訪談內容轉錄成書面資料，並配合其原本筆試結果及其訪談問卷結果，進行內容分析，以瞭解學童迷思的可能原因。

四、研究流程

在研究過程中，研究者首先蒐集並閱讀相關的文獻及小數的研究報告，接著進行研究設計，選取適合的研究對象，編製筆試工具以進行施測，再依據筆試結果進行訪談，並收集筆試結果及訪談記錄進行資料分析，以作為撰寫研究報告的依據。

肆、研究結果與討論

本研究中，參加筆試的學生四年級有 60 人，五年級有 52 人，六年級有 66 人。各年級作答整體結果統計如下表 6。

表 6 各年級筆試整體結果

年級	參加人數	最高答對題數	最低答對題數	平均答對題數
四年級	60	19	1	9.87
五年級	52	19	3	10.81
六年級	66	19	1	14.38
總合	178	19	1	11.81

表中顯示在國小階段，六年級學童對小數的概念，較四年級比較起來，有明顯的成長。但整體的平均答對題數為 11.81，答對率僅為 62%，在小數概念的表現上似乎不盡理想。以下針對小數概念各部分說明筆試及訪談結果。

一、小數意義

(一)小數圖形表徵

在筆試施測題中，第 2、4、5 題為小數圖形表徵之試題。其中第 2 題為連續量圖形表徵，第 4、5 題則分別為內容物多個及內容物單一的圖形表徵。學童表現結果如表 7、表 8、表 9。

從表 7，我們可以發現，學童對於連續量的圖形表徵能力，雖有可能隨著年紀增長而增強，但即使是六年級的學童，答對率仍未超過六成，顯示學童在連續量的圖形表徵上有著許多迷思。

而從學童作答及訪談可以發現，對小學學童來說，內容物多個的離散量在小數上是有困難性的。以下為針對圖形表徵問題所做的訪談片段紀錄。

R：一包糖果有 20 顆，請問 5.1 包糖果應該怎麼表示？

S：就畫 5 包。

R：然後呢？還有嗎？

S：然後…然後…再畫下 1 顆。

R: 5包之後1顆? 為什麼是1顆?

S: 因為5.1的1呀。

如同學者所做的研究，大部分的學童將小數點左邊視為較大單位的個數，右邊則是為較小單位的個數(劉曼麗，2003)，因此在處理內容物單一的情境時，能成功的解題，但此策略若用在內容物多個的情境時，就顯然失敗了。

表7 連續量圖形表徵作答情況


2.  表示 1 個大餅，請問 5.2 個大餅應該怎麼表示？		
年級(人數)	答對人數	答對率(%)
四年級(60)	8	13.33
五年級(52)	14	26.90
六年級(66)	37	56.06
總計(178)	59	33.15

表8 離散量(內容物單一)圖形表徵作答情況


5. 一串珠子~○○○○○○○○○○~有 10 顆，請問 5.4 串珠子應該怎麼表示？		
年級(人數)	答對人數	答對率(%)
四年級(60)	39	65.00
五年級(52)	36	69.23
六年級(66)	50	75.76
總計(178)	125	70.22

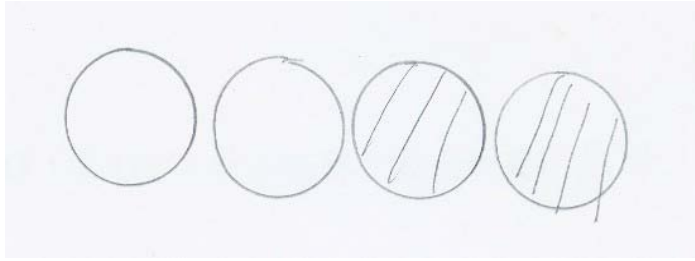
表9 離散量(內容物多個)圖形表徵作答情況

4. 一包糖果有 20 顆，請問 4.3 包糖果應該怎麼表示？		
年級(人數)	答對人數	答對率(%)
四年級(60)	7	11.67
五年級(52)	10	19.23
六年級(66)	26	39.39
總計(178)	43	24.16

綜合學童在筆試工具中第2、4、5題所示的答案，以及訪談紀錄，研究者可發現無論是哪個年級的學童，在處理小數圖形表徵的問題時，可能會出現下列幾種迷思。

1. a.b是從a個中，取b個

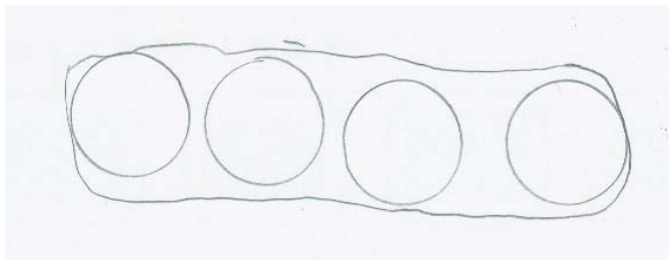
Q:  表示 1 個大餅，請問 4.2 個大餅應該怎麼表示？請把它畫下來。



R：為什麼是這樣？

S：4 個裡面的 2 個。

R：如果是 2.4 個大餅，又應該怎麼表示？



R：這個為什麼是這樣？

S：因為 2 個裡面的 4 個。

R：2 個裡面的 4 個，所以你把 4 個圈起來？

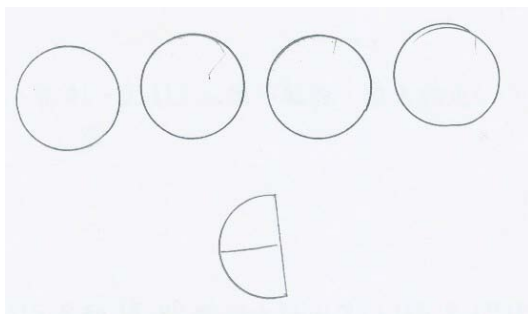
S：嗯。

Q：一包糖果有 20 顆，請問 5.1 包糖果應該怎麼表示？

S：畫出 5 包糖果，然後把 1 包圈出來。

2. 把小數 $a.b$ 的小數部分視為 $\frac{b}{a}$


Q：● 表示 1 個大餅，請問 4.2 個大餅應該怎麼表示？請把它畫下來。



R：(指著半圓)這是什麼？

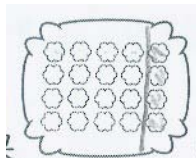
S：這個是四分之二。

3. 把小數 $a.b$ 當作分數 $\frac{b}{a}$

Q:  表示1個大餅，請問4.2個大餅應該怎麼表示？

S: 把1個圓分成4塊，4塊其中的2塊。

Q: 一包糖果有 20 顆，請問 5.1 包糖果應該怎麼表示？




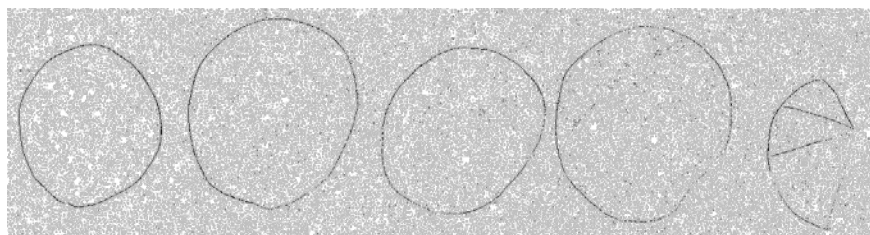
S: 一包糖果分成 5 等份，然後每一等份有 4 個，所以 5.1 是這樣把 4 個圈起來。

R: 那如果是 1.5 包呢？

S: 就圈 5 個。

4. 在處理小數點以下的部分時，只聚焦在「幾份」上，並不考慮0.1是把1分成10等份。

R:  表示 1 個大餅，請問 4.2 個大餅應該怎麼表示？



R: 右邊這兩個是怎麼畫出來的？

S: 想辦法畫出來的。

R: 那幾個這個可以拼成一個完整的圓？

S: 不知道。我看到 2 就畫兩塊。

R: 不管它是幾個可以拼成一個完整的圓是嗎？

S 點頭表認同。

(二)小數與分數雙向連結

在小數與分數的雙向連結部分，如表10、表11所示，六年級學童答對率明顯高於四、五年級的學童。艾如昀(1994)、劉曼麗(1999, 2003c)的研究指出無論是小數換成分數，還是分數換成小數，學童由可能於不清楚小數點左右兩邊數字間的關係，常常直接將小

數表面上的數字轉換成分數形式，如將小數 $a.b$ 轉換成 $\frac{b}{a}$ 或 $\frac{a}{b}$ ，及將 $\frac{b}{a}$ 轉換為 $a.b$ 或 $b.a$ 。

如學者所指，從研究中也可發現在小數換成分數的情境上，整體而言約有30%的學童呈現出這樣的轉換形式。而在分數換成小數的情境上，則約有45%的學童呈現類似的轉換策略。

表10 小數換成分數作答情況

7. () <u>小為</u> 的書包重 3.7 公斤，用分數表示的話，下面哪一個是對的呢？(1) $\frac{37}{1}$ 公斤 (2) $\frac{37}{100}$ 公斤 (3) $\frac{7}{3}$ 公斤 (4) $\frac{3}{7}$ 公斤 (5) $3\frac{1}{7}$ 公斤 (6) $3\frac{7}{10}$ 公斤 (7) $7\frac{3}{10}$ 公斤									
年級 (人數)	答對 人數	答對率 (%)	錯誤選項人數(%)						
			(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(7)	未作答
四年級(60)	24	40	0(0)	8(13.33)	13(21.67)	11(18.33)	2(3.33)	1(1.67)	1(1.67)
五年級(52)	20	38.46	1(1.92)	2(3.85)	14(26.92)	9(17.31)	6(11.54)	0(0)	0(0)
六年級(66)	49	74.24	0(0)	6(9.09)	2(3.03)	4(6.06)	2(3.03)	1(1.52)	1(1.52)
總計(178)	71	52.25	1(0.56)	16(8.99)	29(16.29)	24(13.48)	10(5.62)	2(1.12)	2(1.12)

表11 分數換成小數作答情況

8. () $\frac{3}{5}$ 用小數表示的話，下面哪一個是對的？(1) 3.5 (2) 5.3 (3) 0.3 (4) 1.2 (5) 0.6 (6) 0.75 (7) 0.5									
年級 (人數)	答對 人數	答對率 (%)	錯誤選項人數(%)						
			(1)	(2)	(3)	(4)	(6)	(7)	未作答
四年級(60)	6	10	12(20)	31(51.67)	9(15)	1(1.67)	0(0)	0(0)	1(1.67)
五年級(52)	15	28.85	11(21.15)	17(32.69)	7(13.46)	1(1.92)	0(0)	1(1.92)	0(0)
六年級(66)	50	75.76	6(9.09)	3(4.55)	4(6.06)	1(1.52)	0(0)	0(0)	1(1.52)
總計(178)	71	39.89	29(16.29)	51(28.65)	20(11.24)	3(1.69)	1(0.56)	1(0.56)	2(1.12)

此外，在訪談的過程中，研究者發現，除了上述的將 a.b 直接轉換成 $\frac{b}{a}$ 的轉換策略

外，學童在處理帶分數 $a\frac{c}{b}$ 轉換成小數的問題時，則又出現另幾種轉換策略。

Q： $1\frac{3}{4}$ 如果用小數來表示應該是怎樣的呢？

1. 將 $a\frac{c}{b}$ 轉換成 ab.c

S： 14.3

R： 你怎麼知道是 14.3？

S： 把 1 和 4 放在小數點前面，3 放在小數點後面。

2. 將 $a\frac{c}{b}$ 轉換成 b.c

S: 4.3

R: 為什麼是4.3?

S: 就是4.3呀。

R: 如果題目換成 $5\frac{3}{4}$ 呢? 用小數表示應該是怎樣的?

S: 4.3

R: $1\frac{3}{4}$ 和 $5\frac{3}{4}$ 用小數表示都是4.3嗎?

S: 噢...我不知道了。

3. 將 $a\frac{c}{b}$ 轉換成 $a.(b-c)$

S: 1.1。

T: 那小數點以下的1是怎麼來的?

S: 因為 $4-3=1$ 。

4. 將 $a\frac{c}{b}$ 轉換成 $a.c$

S: 1.3。

R: 你怎麼知道的?

S: 這個1(指著 $1\frac{3}{4}$ 的1)是4個, 然後就把1放到這裡(指著1.3的1), 然後3放到這裡(指個1.3的3)。

二、小數結構

(一)小數的辨識

由表12, 可以發現在小數的辨識題上, 答對率都超過80%。僅有少數(約5%)學童認為小數應該要比1小, 比1大的數, 不能稱為小數(劉曼麗, 2002b)。比較特別的是, 學童在此題的答對率, 四年級學童高於五、六年級, 顯示越高年級學習越多的小數概念之後, 反而對小數辨識能力降低。甚至有五位(約7%)的六年級學童認為小數點左邊的數字必須比小數點右邊的數字大, 才算是小數, 不過經向該班導師詢問之後發現, 此五位學童在數學的表現上, 皆屬於低成就。

表12 小數的辨識作答情況

1. () 「7.23」是小數嗎？

- (1)不是，小數應該比1小，所以7.23不是小數。
 (2)不是，因為「7.23」的7比23小，所以7.23不是小數。
 (3)不是，因為只有「.」才是小數，7.23不是小數。
 (4)不是，因為只有「.23」才是小數，7.23不是小數。
 (5)不是，我覺得因為_____。
 (6)是，7.23是小數。

年級 (人數)	答對 人數	答對率 (%)	錯誤選項人數(%)					
			(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	未作答
四年級(60)	56	93.33	2(3.33)	0(0)	1(1.67)	1(1.67)	0(0)	0(0)
五年級(52)	47	90.38	4(7.69)	0(0)	0(0)	1(1.92)	0(0)	0(0)
六年級(66)	55	83.33	4(6.06)	5(7.58)	1(1.52)	0(0)	1(1.52)	0(0)
總計(178)	158	88.76	10(5.62)	5(2.81)	2(1.12)	2(1.12)	1(0.56)	0(0)

(二)小數的讀法

在小數的讀法的表現上，由表13可以看出，如先前的研究者所發現的，學童比較容易出現的錯誤是將小數點左右兩邊的數字略讀(劉曼麗，2002b)，會將筆試題中的12.03讀做一二點三或十二點三。另一個錯誤的原因，則是學童對整數的讀法產生錯誤，將12讀做一二、一十二，如試題中的選項(1)、(3)有高達三成的學童選擇這些答案。

表13 小數的讀法作答情況

6. ()12.03 應該讀作 (1)一二點零三 (2)一二點三 (3)一十二點零三 (4)一十二點三 (5)十二點零三 (6)十二點三 (7)一千二百零三									
年級 (人數)	答對 人數	答對率 (%)	錯誤選項人數(%)						
			(1)	(2)	(3)	(4)	(6)	(7)	未作答
四年級(60)	40	66.67	6(10)	2(3.33)	4(6.67)	2(3.33)	6(10)	0(0)	1(1.67)
五年級(52)	21	40.38	23(44.23)	3(5.77)	3(5.77)	0(0)	1(1.92)	0(0)	0(0)
六年級(66)	39	59.09	9(13.64)	0(0)	13(19.70)	2(3.03)	3(4.55)	0(0)	0(0)
總計(178)	100	56.18	38(21.35)	5(2.81)	20(11.24)	4(2.25)	10(5.26)	0(0)	1(0.56)

(三)小數的位名

當要求學生把小數填入定位表時，只有少數學童出現困難。在表14中，答錯的32位學童中，其中有26位在作答時，完全不理會位名，直接從定位表的最左端或最右端填起；有3位學童認為小數點須佔一個位名。另外，比較特別的是，其中有位學童將小數26.79的2、6、7、9依序由右至左填入定位表中。

表14 小數的位名作答情況

13. 把 26.79 填入定位表中					
百位	十位	個位	十分位	百分位	千分位
年級(人數)		答對人數		答對率(%)	
四年級(60)		46		76.67	
五年級(52)		39		75.00	
六年級(66)		61		92.42	
總計(178)		146		82.20	

(四)小數的位值

如表15所示，在小數位值的表現上，大部分(80.34%)的學生都能分辨出22.22每個2在位值上所代表的意義。部分錯誤的學生，並不瞭解位值間的十進位關係，因此在作答時都用猜測的，顯示這些學童在位值的意義上並不瞭解。

表15 小數的位值作答情況

年級(人數)	答對人數	答對率(%)
四年級(60)	46	76.67
五年級(52)	40	76.92
六年級(66)	57	86.36
總計(178)	143	80.34

(五)小數的化聚

在小數化聚的表現結果如表 16。在聚合情境中二位小數的表現較一位小數來的優異，學童常犯的錯誤是不清楚小數和整數間的關係，直接把個數放在小數點後面（如：56 個 0.1 是 0.56）。在處理小數化分的問題時，則是一位小數的答對率較二位小數高，學童常犯的錯誤是將小數點直接去掉（如：1.2 是 12 個 0.01）。

表16 小數的化聚作答情況

- | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>10. 跳繩比賽中，參加比賽的每個小朋友可以拿到 0.1 公斤的糖果，今天有 56 個小朋友來參加比賽，主辦單位需要準備()公斤的糖果。</p> <p>11. 一塊巧克力的重量是 0.01 公斤，73 塊巧克力共重()公斤。</p> <p>17. 英美有條 2.6 公尺的彩帶，想要每 0.1 公尺剪成一段，她可以剪成()段。</p> <p>18. 如果能把一瓶 1.2 公升的汽水分裝在 0.01 公升的杯子裡，可以裝成()杯。</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

一位小數				二位小數			
	年級(人數)	答對人數	答對率(%)		年級(人數)	答對人數	答對率(%)
化	四年級(60)	49	81.67	化	四年級(60)	30	50
	五年級(52)	40	76.92		五年級(52)	29	55.77
	六年級(66)	54	81.82		六年級(66)	46	69.70
	總計(178)	143	80.34		總計(178)	105	58.99
聚	四年級(60)	34	56.67	聚	四年級(60)	50	83.33
	五年級(52)	30	57.69		五年級(52)	49	94.23
	六年級(66)	50	75.76		六年級(66)	58	87.88
	總計(178)	114	64.04		總計(178)	157	88.20

三、小數應用

(一)小數的稠密性

由表17可知，小數具有稠密性這個性質，在四年級的學童中是很薄弱的，僅有8%的學童知道小數據有稠密性，大部分的學童認為兩個小數之間沒有或只有1個小數。這個性質即使是六年級的學童，也只有66.67%的學童知道，顯示此一性質對國小學童來說較難。

表17 小數的稠密性作答情況

3. ()在7.3和7.4這兩個數之間，有沒有小數？(1)沒有 (2)有1個 (3)有9個 (4)有10個(5)有100個(6)有很多個，數不完。								
年級 (人數)	答對 人數	答對率 (%)	錯誤選項人數(%)					
			(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	未作答
四年級(60)	5	8.33	17(28.33)	26(43.33)	4(6.67)	3(5.00)	2(3.33)	3(5.00)
五年級(52)	15	28.85	13(25)	17(32.69)	5(9.62)	2(3.85)	0(0)	0(0)
六年級(66)	44	66.67	5(7.58)	13(19.70)	2(3.03)	2(3.03)	0(0)	0(0)
總計(178)	64	35.96	35(19.66)	56(31.46)	11(6.18)	7(3.93)	2(1.12)	3(1.69)

(二)比較小數大小

在比較小數的大小時，學童大致會呈現兩種迷思概念—整數法則(艾如昀，1994；吳昭容，1996；劉曼麗，1999)、分數法則(艾如昀，1994；吳昭容，1996；Irit，2003；Roberta，2003)。有些學童認為小數點後數字越多，其值越大。有些學童認為小數點後數字越多，被分割成的部分就越小，所以其值越小。如表18所示，錯誤的選項人數以選項(1)和(4)為最多；在表19中，則以填寫 $0.562 > 0.23 > 0.4$ 和 $0.4 > 0.23 > 0.562$ 的人最多。

表18 等值小數作答情況

12. ()大雄說：「21.30 比 21.3 小」，你覺得他說的對嗎？							
(1)不對，因為 21.30 的『30』，比 21.3 的『3』大，所以 21.30 比 21.3 大。							
(2)不對，因為 21.30 是 2130，21.3 是 213，所以 21.30 比 21.3 大。							
(3)不對，因為 21.30 和 21.3 一樣大。							
(4)對，因為小數點後面越多個數字，代表分的越多份，所以越小。							
(5)以上的說明都不是正確的，我覺得應該是：							
年級 (人數)	答對 人數	答對率 (%)	錯誤選項人數(%)				
			(1)	(2)	(4)	(5)	未作答
四年級(60)	32	10	15(25)	0(0)	11(18.33)	2(3.33)	0(0)
五年級(52)	34	28.85	3(5.77)	1(1.92)	12(23.08)	1(1.92)	1(1.92)
六年級(66)	56	75.76	3(4.55)	4(6.06)	2(3.03)	1(1.52)	0(0)
總計(178)	122	39.89	21(11.80)	5(2.81)	25(14.04)	4(2.25)	1(0.56)

表19 比較小數大小作答情況

9. 請將三個小數 0.4、0.23、0.562 的大小順序由大至小排列出來。						
年級 (人數)	答對 人數	答對率 (%)	錯誤選項人數(%)			
			0.562 > 0.23 > 0.4	0.4 > 0.23 > 0.562	其他	未作答
四年級(60)	22	36.67	16(26.67)	19(31.67)	1(1.67)	2(3.33)
五年級(52)	27	51.92	7(13.46)	16(30.77)	0(0)	2(3.85)
六年級(66)	54	81.82	3(4.55)	6(9.09)	0(0)	3(4.55)
總計(178)	103	57.87	26(14.61)	41(23.03)	1(0.56)	7(3.93)

從訪談記錄中，可以發現學童在比較小數大小時，最常出現的分數法則和整數法則。

1. 分數法則

Q：0.3、0.23、0.123 三個小數裡，哪個最大？哪個最小？

S：0.3 最大，0.123 最小。

R：你怎麼知道的。

S：因為 0.3 只有一位小數，但是 0.123 有三位小數。所以 0.3 會最大。

R：如果我今天把 0.123 變成 0.321 呢？

S：也是 0.3 最大。

2. 整數法則

R：0.4、0.41、0.412 三個小數裡，哪個最大？哪個最小？

S：0.412 最大，0.4 最小。

R：為什麼？

S：因為這個後面還多了 12，前面沒有。

(三)小數的估算

在簡單的小數估算(小數 \times 一位整數)上，有85%的學童能合理的估算答案。僅有少數的學童無法做出合理的估算。(如表20)

表20 小數的估算作答情況

19. ()一顆蘋果 1.25 公斤, 4 顆約幾公斤? (1)1 公斤 (2)5 公斤 (3)12 公斤 (4)125 公斤						
年級 (人數)	答對 人數	答對率 (%)	錯誤選項人數(%)			
			(1)	(3)	(4)	未作答
四年級(60)	49	81.67	1(1.67)	1(1.67)	8(13.33)	1(1.67)
五年級(52)	43	82.69	3(5.77)	3(5.77)	3(5.77)	0(0)
六年級(66)	60	90.91	1(1.52)	0(0)	2(3.03)	3(4.55)
總計(178)	152	85.39	5(2.69)	4(2.25)	13(7.30)	4(2.25)

(四)單複名數的轉換

如表21及表22及訪談記錄所示，學童在解決單複名數轉換時，最常出現的錯誤是將小數點左邊的數字視為大單位，小數點右邊的數字視為小單位，進行單複名數的轉換。

Q：如果1公里=1000公尺，那麼4.5公里應該等於多少公里又多少公尺？

S：4公里又5公尺。

表21 單名數轉複名數作答情況

15. ()3.2 公斤和下列哪一個一樣重? (1 公斤=1000 公克)(1)32 克 (2)3 公斤 2 公克(3)3 公斤 2000 公克 (4)3 公斤 200 公克 (5)3 公斤 0.9 公克							
年級 (人數)	答對 人數	答對率 (%)	錯誤選項人數(%)				
			(1)	(2)	(3)	(5)	未作答
四年級(60)	27	45	3(5)	17(28.33)	13(18.33)	0(0)	0(0)
五年級(52)	26	50	2(3.85)	13(25)	8(15.38)	3(5.77)	0(0)
六年級(66)	54	81.82	1(1.52)	2(3.03)	7(10.61)	0(0)	2(3.03)
總計(178)	107	60.11	6(3.37)	32(17.98)	28(15.73)	3(1.69)	2(1.12)

表22 複名數轉單名數作答情況

16. ()5 公尺 2 公分跟下列哪一個長度一樣? (1 公尺=100 公分)(1)52 公尺 (2)5.2 公尺 (3)5.20 公尺 (4)5.02 公尺						
年級 (人數)	答對 人數	答對率 (%)	錯誤選項人數(%)			
			(1)	(2)	(3)	未作答
四年級(60)	23	38.33	0(0)	32(58.33)	5(8.33)	0(0)
五年級(52)	27	51.92	1(1.92)	22(42.31)	2(3.85)	0(0)

六年級(66)	49	74.24	3(4.55)	10(15.15)	3(4.55)	1(1.52)
總計(178)	99	55.62	4(2.25)	64(35.96)	10(5.62)	1(0.56)

伍、結論與建議

綜合研究結果，學童在小數學習上形成迷思概念的主要原因可能為對小數知識缺乏瞭解、將自己既有的知識做過度推論及錯誤理解教師所傳遞的知識等幾種類型。因此在小數教學方面，教師宜適時利用具體物或生活經驗，加強學生在小數意義、小數結構及小數應用上的各項知識。例如在教小數的比較大小時，宜先複習舊有的整數比較大小的概念，在透過百格板或積木等具體物，讓學童實際操作，以建構小數比較大小的正確觀念，透過『整數』、『小數』概念的釐清，強化學童的小數概念。當學童產生迷思概念時，教師若能採用適當問話，製造學童迷思概念的衝突，從認知衝突的觀點著手，則學童可能會發現自己的迷思概念，甚至會修正自己的迷思概念。

由於本研究的對象僅為臺北地區兩所學校共178名學童，因此本研究僅能針對這178名學童的迷思概念及成因做解釋，無法推論到其他學校或其他區域的學童，因此在未來研究上，可以針對不同的區域學童做相關研究，以建立更多的樣本，發覺更多種的迷思概念及其成因，進而作為教師實施診斷或補救教學之參考。

參考文獻

- 艾如昀(1994)：國小學生處理小數的歷程與困難。未出版碩士論文，國立中正大學心理研究所。
- 林麗雲與姚如芬(2002)：探討國小五年級學童小數迷思概念之研究。《科學教育研究與發展》，28，75-92。
- 吳昭容(1996)：先前知識對國小學童小數概念學習之影響。國立台灣大學心理學研究所博士論文。
- 杜建台(1996)：國小中高年級學童「小數概念」理解之研究。未出版碩士論文，國立台中師範學院國民教育研究所。
- 郭孟儒(2002)：國小五年級學童小數迷思概念及其成因之研究。國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文。
- 梁惠珍(2003)：國小四年級小數診斷教學之研究。國立屏東師範學院數理教育研究所碩士論文。
- 劉曼麗(1998)：小數教材的處理。論文發表於八十六學年度數學教育研討會。國立嘉義師範學院。
- 劉曼麗(1999)：國小學童小數知識現況之研究。八十八年度數學教育專題研究計畫成果討論會摘要，國科會科學教育發展處。(NSC88-2511-S-153-007)。
- 劉曼麗(2001)：國小學童的小數知識研究。《屏東師院學報》，14，823-858。
- 劉曼麗(2001)：台灣地區國小學童小數概念研究(I) 國小學童「小數與小數運算」概念量測工具發展研究。國科會補助之專題計劃成果報告(NSC89-2511-S-153-012)。
- 劉曼麗(2002a)：小數教學初探。《屏東師院學報》，16，319-354。

- 劉曼麗(2002b)：台灣地區國小學童小數概念研究（Ⅱ）國小學童「小數與小數運算」概念之調查研究。國科會補助之專題計劃成果報告(NSC90-2521-S-153-003)。
- 劉曼麗(2002c)：國小學童小數及小數運算迷思概念之診斷教學研究(Ⅲ)。國科會補助之專題計劃成果報告(NSC91-2521-S-153-001)。
- 劉曼麗(2003)：從小數符號的問題探討學生之小數概念。屏東師院學報，18，459-494。
- 劉祥通、吳美蓉、翁宜青(2002)：電算器教學活動對小數學習的影響。科學教育研究與發展，26，22-39。
- Hiebert, J. & Wearne, D.(1986). *Procedures over concepts: The acquisition of decimal number knowledge*. In J. Hiebert(Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*,199-222. Hillsdale, NJ:Lawrence Erlbaum Associates.
- Roberta, H (2003). '*Sensing*': *Supporting student understanding of decimal knowledge*. *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*,2, 41-48.
- Irit, P (2003). *Improving decimal number conception by transfer from fractions to decimals*. *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*,4, 1-6.
- Resnick,L.B., Nesher,P., Leonard,F., Magone,M., Omanson, S.,& Peled,I.(1989). *Conceptual bases of arithmetics errors: The case of decimal fractions*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), 8-27.

Investigating Elementary School Students' Misconceptions of Decimal in Taipei

Li-Jung Juan Yea-Ling Tsao

The Graduate Institute of Mathematics and Computer Science Education,
Taipei Municipal University of Education

Abstract

The purpose of this research is to study the misconceptions of decimal about elementary school students in Taipei County through a written test and interviews. The subjects were 178 students in grades 4, 5, and 6 from six classes in two elementary schools located in Taipei County. The findings showed the cause of students' misconceptions were they were unable to handle the unit, did not know the relation between the integer and decimal, density, and couldn't understand base-ten place value...etc.. In general, these students did not gain the strong conceptual knowledge. Comments and suggestions were presented for teaching practices.

Key words : Decimals, Misconceptions, Elementary School Students