

國小五年級學童數感教學之研究---以分數為例

林怡靜、曹雅玲

台北市立教育大學數學資訊教育研究所

(投稿日期：94年10月13日；修正日期：94年10月21日；接受日期：94年10月25日)

摘要

本研究旨在瞭解國小五年級學童分數數感的表現，進行實驗教學，並探討分數數感教學對學生的分數學習表現之影響。本研究選取台北市某國小五年級33位學生為研究對象。研究結果顯示，兒童在分數的基本意義與其關係，以及分數的多重表徵方式上表現不理想。實施分數數感教學活動後，兒童分數數感能力測驗的成績有顯著差異 ($p < .01$)，確實增進了兒童分數數感的能力，亦增進了兒童使用參考點、估算的能力。『no answer please』活動確實可以釐清兒童數學概念，增進數感能力。

關鍵詞：數字常識、分數、數學科教學

壹、 緒論

一、 研究動機

為了迎接二十一世紀的來臨，國內致力推動『教育改革行動方案』，推行了九年一貫課程，以期望整體提升國民素養與國家競爭力。在九年一貫課程數學領域中，『數學能力』的培養是數學教育的主軸。所謂數學能力，是指對數學掌握的綜合性能力以及對數學有整體性的感覺。也就是在學習數學時，除了重視觀念和演算，學生的數學經驗（或數學感覺）也是同等重要的。NCTM 在 1989 年的「數學課程與評量標準」、2000 年的「學校數學原理和標準」中均強調兒童數感能力的發展（number sense）。

國內縱使提倡九年一貫課程，在數學中強調有意義的學習，而老師的數學教學卻無法將概念與運算相連結，尤其強調運算的精確性與速度，但是運算不是機械式的操作、不是求『快、狠、準』的教學，老師較少鼓勵學生去探討數字與運算之關係，因此對學生而言不具意義、容易錯誤的演算法，加深了學習的挫折感，造就了許多學生對數學不感興趣，覺得枯燥乏味。而具有良好數感的人，對數學情境反應迅速、準確、敏捷，且能自然的應用最佳化的解題策略。數感的教學，可以讓學生自己主動感知、發現，主動探索，可以讓學生在學習數學的過程中體會到數學就在我們周遭的生活中，運用數學知識就可以解釋現實中數學的現象，解決生活中的數學問題，感受到數學的趣味和作用，由此可知數感教學的重要性。（許清陽、楊德清，2004）

分數的學習是很重要的，分數是以後學習數學的一個重要關卡，是一個重要的基礎（劉秋木，1996）。雖然『分數』是國小數學課程重要的主題之一，但分數是兒童學習數學的一個絆腳石，國內許多研究指出，兒童對分數的數感缺乏，不瞭解分數的意義及其關係、判斷分數大小概念錯誤、缺乏估測能力。（洪素敏，2004；林宏仁，2003；陳和貴，2002；支毅君，1997；楊德清，1999）。因此，增強兒童分數數感，可以促進兒童分數學習，而老師分數的教學將是影響兒童爾後數學學習關鍵。

二、 研究目的

本研究期望瞭解將數感策略融入數學分數教學後，檢視學生分數數感能力的提升之影響。本研究將自行設計分數數感的教學策略，瞭解學生在分數的學習成效。

- （一）探討國小五年級學童分數數感的表現。
- （二）進行實驗教學，並探討分數數感教學對學生的分數學習表現之影響。

三、 研究的問題

- （一）國小五年級學童分數數感的表現為何？
- （二）分數數感教學融入國小五年級數學科教學對學生分數學習的影響為何？

貳、 理論背景

一、 數感

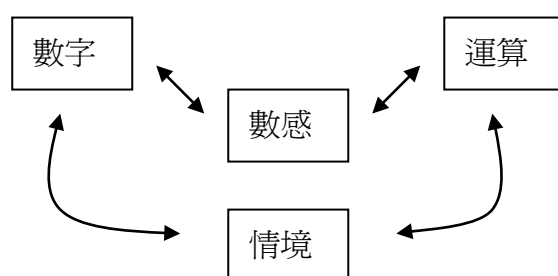
1974年Bob Wirtz進行『數』的教學，他教導學生從自己日常生活的經驗去瞭解『數』，也教導學生藉由這些經驗拓展更多『數』的概念；從他所教導出的學生發現，學生都對『數』具有一種特別的感覺，他們能夠直觀的察覺數與數之間的關係，也能察覺這些數在現實世界中所代表的意義，學生的數感便發展出來了(Howden, 1989)；因此，數感的建立，學生必須能自然的頓悟並且相信數學是有意義的。Griffin (2004)認為數學是由存在於空間與時間中的量、在語言世界中所計數的數，以及正式的符號（也就是數字與運算的寫法）這三個面向所組成。而數感就是要建構這些面向之間的關係。Hope(1989)指出數感只能大概的定義，數感就是對數以及其使用與解釋的一種感覺，具有數感的人能做合理的估算，對計算的準確性做合理的評估，可以察覺算術的錯誤，可以選擇最有效率的計算程序，他了解數的形式，亦可把數字當成是一種常識，來支撐某些論證。

林素微(2002)將數感界定為「在生活經驗關連、隱含數量的非例行性數學數學情境下（如閱讀書報等非正式數學的環境），個體對於情境中數量的覺知以及推理」。

楊德清(2002)認為數感是對數字與運算符號的意義的理解，是儲存在長期記憶區中，當有需要時，可以自動取出使用。他亦認為數感是多種能力的組合，包含了運用參考點的能力，比較數字大小的能力，發展估算、心算的能力，判斷運算結果的合理性等。

NCTM在1989年的「數學課程與評量標準」中提出，數感就是對數的一種直觀，兒童要有好的數感需具備(1)能瞭解數的基本意義；(2)能探索數字間的多重關係；(3)能瞭解數字的相對大小關係；(4)能瞭解運算對數字的影響。(5)能發展參考物來測量一般的物體，並運用於日常生活中。

McIntosh, Reys & Reys(1992)從數字、運算與數字與運算所產生的情境三個方面來探討數感的架構，如下圖。



圖一 數感主要元素關係圖（引自 McIntosh 等人，1992）

對於數字的知識，運算的知識能夠有相當的理解，進而應用到計算的情境之中，則可促進良好的數感。

Sowder(1992)認為數感包含了(1)數字的分解與合成；(2)辨認數字相對大小的能力；(3)處理數字絕對大小的能力；(4)使用參考點的能力；(5)以有意義的方式連結數字、運算以及相關的符號的能力；(6)瞭解運算對數字的影響；(7)透過數及運算的特質，創新策略來進行心算的能力。(8)適時的利用估算來進行解題；(9)將數字意義化。

McIntosh, Reys, Reys, Bana, Farrel (1997)則主張數感包含了(1)瞭解數字的意義與大

小的能力；(2) 瞭解並使用等值形式及表徵數字的能力；(3) 瞭解運算的意義和影響的能力；(4) 瞭解並善用等值形式解題的能力；(5) 發展計算和數數策略的能力；(6) 運用參考點的能力；

NCTM (2000) 主張學生數感的提升，必須達到 (1) 了解數字及其表徵的方法、數字間的關係和數字系統；(2) 了解運算的意義以及運算之間的關連性；(3) 流利地計算並做合理的估算。

楊德清 (2003) 則將數感定義為 (1) 瞭解數字的基本意義以及數與數間之關係的能力；(2) 具備比較數字大小的能力；(3) 發展與使用參考點的能力；(4) 瞭解數字對運算的影響之能力；(5) 發展不同的計算策略與判斷答案合理性的能力。

基於本研究的需要，本研究參考了相關分析與相關文獻 (楊德清，2000；楊德清 2003；劉琪玲與謝哲仁，2003；支毅君，1997；許清陽、楊德清與李茂能，2001；Dougherty, B. j. & Crites, T.，1989；Howden, H.，1989；Griffin，2004；McIntosh, Reys, Reys, Bana, Farrel，1997) 及數感的組成定義如下：

數字系統包含了整數、分數、小數與百分比，本研究因只探討分數，所以只就分數來說明。

- (一) 瞭解分數的意義和關係的能力，例如：分數的稠密性、分數的基本意義。
- (二) 瞭解分數的大小的能力，例如：能辨認 $\frac{6}{7}$ 比 $\frac{4}{5}$ 大； $\frac{8}{11}$ 比 $\frac{7}{11}$ 大。
- (三) 瞭解如何使用參考點，例如：運用 $\frac{1}{2}$ 為基準點，則 $\frac{2}{5} + \frac{3}{7}$ 的和，會比 1 小。
- (四) 瞭解運算對數字的影響，例如：一個分數當乘以比 1 小的數後，所得的積一定比被乘數小。
- (五) 瞭解分數的多重表徵方式，例如： $\frac{1}{4}$ 也可以以 $1 \div 4$ 來表示。

二、數感的教學

Hope, J(1989) 認為提升數感，必需教學是具有意義、有目的，且能融入生活情境的。Griffin(2004) 則認為提供多元的教學活動、進行概念的探索與討論、促使學童了解概念間的關係皆可促進數感的發展。在教學的過程善用具體物可以提升學童數的概念，開放式的問題亦可增進數感 (Hoden, 1989)。

三、分數教材

從 Dickson, Brown, Gibson (1984) 的觀點，分數具有下列五種意義：(1) 是全部範圍中的部分；(2) 子集和整個集合的比較；(3) 數線上的點；(4) 除法運算的結果；(5) 比較兩個物體或測量結果的大小。Kieren 則提出分數的五種概念：部分-全體、比、商、測量及運算元。

分析九十三年版南一數學第 11 冊教科書，在五年級階段的學童所學得的分數概念包含了：分數的意義，數線上分數的意義與表徵，等值分數，分數的約分、擴分、通分，此階段

的學童亦具有最簡分數的概念；在運算方面，知道如何比較分數的大小，會做分數的加減以及分數乘以整數。

國內外許多研究結果（林福來、黃敏晃、呂玉琴，1996；Hart, 1981；Annette R Baturó, 2004）顯示兒童在學習分數是有困難的，而且成效不彰，主要的原因是兒童的分數概念的不完備，他們不瞭解分數的知識，因此缺乏了分數的數感。可見釐清分數的知識是很重要的。當學習者前置概念與新概念產生矛盾時，學習者的概念便會產生改變（Annette R Baturó, 2004）。Skemp 提出關係性的理解（relational understanding）可以建立數學整體的概念結構，並了解其中相互關連。因此進行有意義的分數學教學可以釐清兒童的分數概念，建立良好的數感。

四、「no answer pleas」教學活動

學生在解題時，通常只會很快的寫下問題的答案，而不會分析問題中數字的意義、運算對數字所產生的影響、答案的範圍在哪裡；老師在討論問題時，學生也只專注於問題的正確答案是什麼，而不願瞭解問題的真正意義。也就是學生只注重解題結果，並不在乎數學知識，所以他們只會根據數學形式上的步驟、規則來解題，而不管所得到的答案是否合理。

Glatzer(1989)提出了「no answer please」的活動。這個活動是由老師設計一些錯誤答案的題目，引導學生著重於問題與答案的意義，讓學生用文字來說明問題的答案的相關瞭解，學生是不需要計算或說出這個答案的。例如： $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$ ，學生可以解釋如下：

- (1) 因為 $\frac{2}{3}$ 比 $\frac{1}{2}$ 大，所以這個答案應該會比1大。
- (2) 因為一半再加三分之二，所以答案的分母應該是6或6的倍數。
- (3) 因為題目中每一個分數的值都大於 $\frac{1}{2}$ ，所以這個答案應該比1大。

從這樣的活動可以促進學生概念性的瞭解，提升學生的數感，使得學生在回答問題時，能更準確、能反思答案的合理性。

參、研究方法與步驟

本研究旨在瞭解國小五年級學童分數數感的表現，採準實驗研究法對國小五年級學童33名進行實驗教學處理。採單組前後測實驗設計方式，比較國小學童在實驗教學處理前後，分數數感之表現情況，藉此評估所設計之教學活動之有效性。

一、研究樣本

本研究選取研究者本身任教之台北市國小，五年級學生，共33位學生做為研究對象。

二、研究工具

本研究依研究目的所選定使用的工具有3項，即研究者自編的『分數數感能力測驗』前測、後測試卷，以及分數數感教學學習單。

(一) 分數數感能力測驗

1. 編制流程

「分數數感能力測驗」為研究者自編，以九年一貫課程綱要、九十三年版南一數學第11冊教科書為命題時的範圍依據，內容含蓋分數的意義和關係、分數的大小、參考點的使用、運算對數字的影響以及瞭解分數的多重表徵方式五個向度。

本測驗由二位數學教育專家針對題目內容加以審閱，並提供改進意見，因此，本研究工具應有不錯的專家效度。

2. 編製預試題目

研究者將經專家審閱的題目加以整理，並依據改進意見，對題目加以修正、整理。然後請研究者同校同一年級之五年級學生，共35位，進行預試。

3. 正式試題

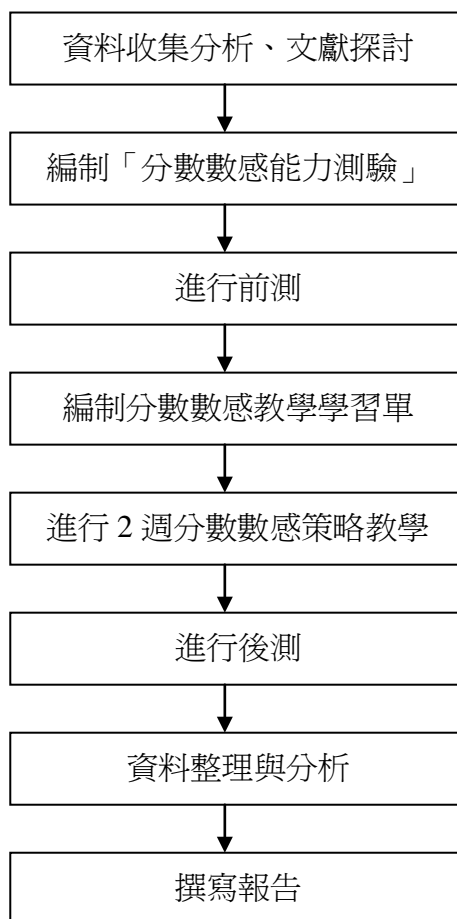
將預試結果根據題目之難易度，將不佳的題目予以修正或刪除，編制成前測、後測題目。**後測題目類型同前測**。每個測驗題目有25題，共分為五個向度。每次測驗時間約20分鐘，每答對一題給1分，答錯或未作答者不給分，總分25分。本測驗採內部一致信度Cronbach's 係數，與專家效度。內部一致信度Cronbach's α 值為.840，平均難度.414

(二) 分數數感教學學習單

為研究者自編，內容結合分數數感能力的五個向度，根據「no answer please」的活動精神(Glatzer, D. j. & Glatzer, J., 1989)，釐清學童對分數概念的迷思，強化各種分數數感的特徵。學生個人先完成學習單，待學習單完成後，研究者收回批改，發回並分組討論，最後進行班級討論，做為數感的教學。

三、 研究程序

本研究之研究流程如右：



四、 資料的蒐集與分析

本研究採量的研究與質的研究。量的部分包含了分數數感測驗前測與後測答對率的結果分析，t 考驗。在質的方面，從『分數數感學習單』、班級討論的過程，蒐集學生概念的迷失與數感改變的歷程。

肆、 結果分析與討論

一、 兒童分數數感數感能力表現

兒童未進行分數數感教學前，『分數數感能力測驗』的結果如表一所示：

表一 教學前『分數數感測驗』各題答對率

題號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
答對率 %	40	76	67	39	33	85	91	70	91	27	36	55	55	64	30	33	64	58	21	49	91	91	67	88	76

從兒童整體的表現來看，第10題答對率只有27%，第19題答對率只有21%。

(10) 下面哪一個分數等於 $2\frac{1}{4}$? (① 2.14 ② 2.41 ③ 2.25 ④ 2.025)

從第 10 題可以發現，有 45% 的兒童認為 $2\frac{1}{4}$ 會等於『2.14』，36% 的學生會認為 $2\frac{1}{4}$ 會等於『2.41』。由此可見，兒童對於分數用小數來表徵的能力缺乏，他們認為將分數轉換成小數，就是把分子變成十分位，分母變成百分位，或分母是十分位，分子是百分位；我們亦可發現兒童並不瞭解分數與小數位值真正所代表的意義與值的大小。

(19) $\frac{8}{11} \div \frac{2}{11}$ 的答案 (①比 $\frac{8}{11}$ 多 ②比 $\frac{8}{11}$ 少 ③等於 $\frac{8}{11}$ ④不用紙筆計算無法知道答案)

兒童雖未學過分數除以分數，但兒童無法利用已學得的基本的『除法』知識、分數的意義建構並解決分數除以分數的問題。從第 19 題我們可以發現，有 73% 的兒童直覺認為在除法的情境中，所得的商一定比被除數小。

表二 分數數感教學前『分數數感測驗』五個向度答對率

(1) 瞭解分數的基本意義與關係	54%
------------------	-----

(2) 瞭解分數的大小	75.4%
(3) 瞭解如何使用參考點	59.8%
(4) 瞭解運算對數字的影響	60.6%
(5) 瞭解分數的多重表徵	49.6%

分析數感各項能力，從表二，我們可以發現兒童對『分數的大小』的比較，表現較好（答對率 75.4%）。此項能力會明顯高於其他能力許多的原因是因為，在南一版第 10 冊第六單元『分數的乘法』中，兒童強記了教科書所提的規則。所以學生進行分數的大小比較時，只是強記課本上所陳述的規則『當分子與分母相差 1 時，分母越大的分數，分數越大』，來進行解題，但兒童並不了解為何在這種情境下『分母越大，分數就越大』的真正意義。

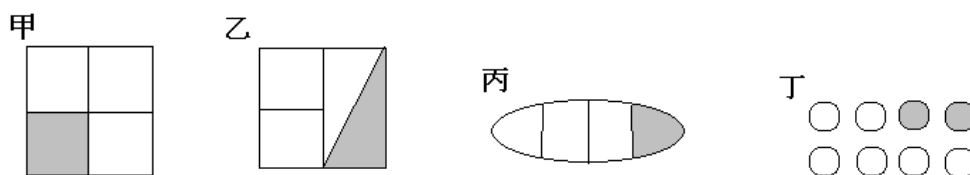
從第 4 題（答對率 39%）、第 17 題（答對率 64%）發現兒童仍缺乏「被乘數乘以一個比 1 小的分數，所得的值會比被乘數小」的觀念，可見兒童並不了解運算對數字的影響。

(4) $\frac{21}{32} \times \frac{1}{2}$ 的答案 (① 比 $\frac{21}{32}$ 多 ② 比 $\frac{21}{32}$ 少 ③ 等於 $\frac{21}{32}$ ④ 不用紙筆計算無法知道答案)

(17) 不需要計算，請估計 $4 \times \frac{13}{15}$ 的結果是 (① 大於 4 ② 等於 4 ③ 小於 4 ④ 不用紙筆計算無法知道答案)

而兒童在『分數的多重表徵』上表現較不好，只有 49.6% 的答對率。例如：

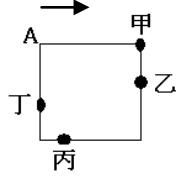
(5) 下面哪一個圖形的陰影部分不是表示 $\frac{1}{4}$ ？(① 甲 ② 乙 ③ 丙 ④ 丁)



有 33% 的兒童選擇『乙』圖，有 33% 的兒童選擇『丁』圖，只有 33% 的兒童答對。從此數據可以發現，在對圖形進行等分割時，圖形的形狀是兒童的一個迷思概念，尤其是在基準單位量是離散量，表現較不好。

(15) 若翔翔從 A 點出發，繞正方形行走一圈，請問下列哪一個點是翔翔走了 $\frac{1}{3}$ 圈所停留的

位置？(① 甲 ② 乙 ③ 丙 ④ 丁)

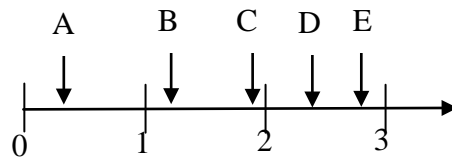


第 15 題中，有 18% 的兒童選擇甲的位置，30% 的兒童選擇丙的位置，而丙的位置大約是 $\frac{2}{3}$ 圈的位置，若另就相反方向行走時，丙大約是 $\frac{1}{3}$ 圈的位置，因此兒童應是瞭解 $\frac{1}{3}$ 圈的所在位置，只是沒有注意到行進的方位，而導致答對率偏低。

從表二亦可發現，有一半的兒童對於分數的基本意義概念並不是很清楚。從兒童在第一題的表現，有 60% 的兒童不瞭解分數的稠密性，46% 的兒童認為在 $\frac{4}{9}$ 和 $\frac{6}{9}$ 之間只有 $\frac{5}{9}$ 這一個分數。

分子是分母的 2 倍，可以用 $\frac{\text{分子}}{\text{分母}}$ 來表示，所得的值大約是 2。可見兒童對分數中文的文字敘述，與分數可以用除法算式來表示有困難。如：第 16 題，答對率只有 33%。

(16) 下圖 A、B、C、D、E 分別代表一個分數，請問哪一個字母所代表的分數，其分子大約是分母的 2 倍。(① A ② B ③ C ④ D ⑤ E)



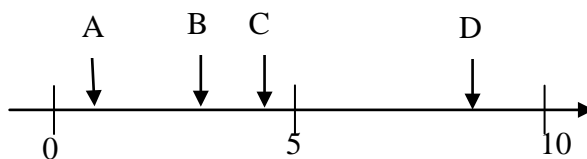
二、兒童在分數數感教學後的數感能力表現

表三 兒童分數數感教學後『分數數感測驗』各項答對率

	瞭解分數的基本意義與關係	瞭解分數的大小	瞭解如何使用參考點	瞭解運算對數字的影響	瞭解分數的多重表徵
前測 (%)	54	75.4	59.8	60.6	49.6
後測 (%)	70.4	82	77.8	75.5	65

在經過為期 2 週的分數數感教學後，兒童在後測的表現除了第 25 題尚未達到 50% 外，其餘答對率皆在 50% 之上。兒童在各項分數數感的向度中，都有大幅的進步（如表三）。尤其是在『瞭解如何使用參考點』與『瞭解分數的意義與關係中』表現突出。

(25) $\frac{4}{7} + \frac{2}{5}$ 的答案，大概在下圖中的哪一個點？ (① A ② B ③ C ④ D)



有 27% 的兒童選擇 B，27% 的兒童選擇答案 C，有 15% 的兒童選擇 D。

經過 spss12.0 的分析結果，如表四，前測成績的平均數為 15.09，標準差為 3.778，平均標準誤為 .658；後測成績平均數為 18.42，標準差為 3.825，平均標準誤為 .666。

經過 t 考驗，如表五，前後測平均數的差異的 t 值為 -4.717，在自由度為 32 時，已達到顯著水準 ($p = .000 < .01$)，表示在分數數感教學前後測的成績有顯著差異，經由平均數可知，在經過分數數感教學後，對分數數感能力的提升有顯著的效果。

表四 兒童分數數感教學前後測的敘述統計

	平均數	個數	標準差	平均數的標準誤
前測成績	15.09	33	3.778	.658
後測成績	18.42	33	3.825	.666

表五 兒童分數數感教學前後測的 t 考驗

考驗項目	相依變數差異							
	平均數	標準差	平均數的 標準誤	差異的 95% 信賴區間		t	自由度	顯著性 (雙尾)
				下界	上界			
前測— 後測	-3.333	3.434	.598	-4.551	-2.116	-5.576	32	.000*

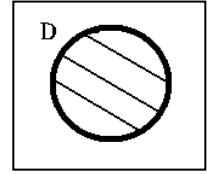
* $p < .01$

三、「分數數感學習單」分析

(一) 學習單一『誰最公平』

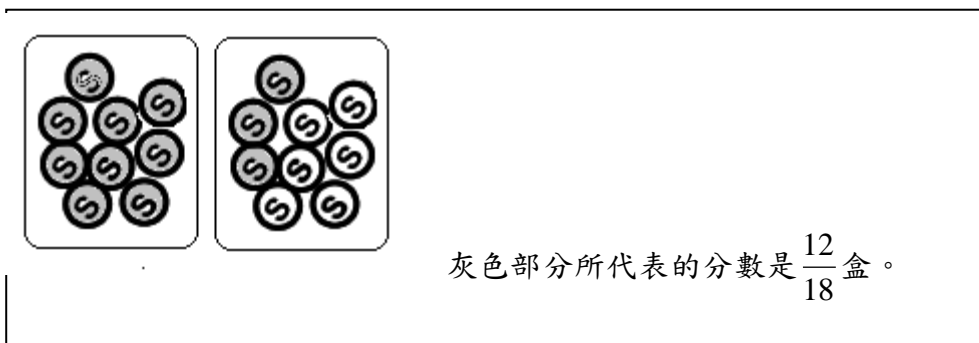
此單元主要釐清兒童在基準單位量是連續量的情況下，進行分割活動，以掌握兒童是否瞭解分數的意義。結果發現，大部分的兒童皆能清楚瞭解基準單位量是連續量時分數的意義。

如右圖，學生都能瞭解此圖形沒有被平分成四等，因為被平分成的小塊的大小不同。



(二) 學習單二『塗色大挑戰』

此單元主要釐清兒童在基準單位量是離散量的情況下，問題情境中基準單位量內容中所表示的分離物個數所代表的分數的意義。結果發現，兒童不能瞭解基準單位量『1』，以致於所呈現的分離物個數所代表的分數意義並不符合問題情境。例如：



有 22 位兒童認為「全部有 18 顆，裡面其中的 12 顆塗上灰色，所以有 $\frac{12}{18}$ 盒」。這個敘述是對的。

當進行班級討論後，兒童能瞭解基準單位量，瞭解 1 盒只有 9 顆，灰色部分已塗滿了 1 盒，所以所代表的分數一定比 $\frac{12}{18}$ 盒多。

如右圖：有 23 個小朋友認為題目所顯示的答案是對的，其理由為：

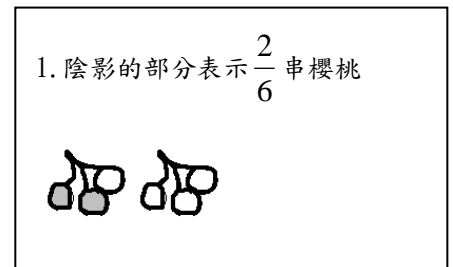
S6：因為 1 串有 3 個，2 串有 6 個，上面塗了 2 個，所以是 $\frac{2}{6}$ 。

S4：1 串櫻桃分成六份，其中二份就是 $\frac{2}{6}$ 。

S11：因為 2 串共 6 顆，他是 6 顆中的 2 顆，所以是六分之二串。

S38：因為他一共有 2 串櫻桃，若分成 1 顆 1 串，共有 6 串櫻桃，

而其中的 2 串櫻桃是 6 串中的 2 串，所以是 $\frac{2}{6}$ 串櫻桃。



分析學生的理由發現，兒童雖然可以說出問題情境中的基準單位量為何，但卻不知其所表示的分離物個數所代表的分數的意義，經討論後，兒童能澄清 1 顆所代表的意義，釐清了


基準單位量的迷思。

(三) 學習單三『我是分數尺』

學生皆能清楚標示分數在數線上的位置。但要兒童在數線上找出 $\frac{1}{4}$ 和 $\frac{3}{4}$ 之間還有哪些分數時，16位兒童認為只有 $\frac{2}{4}$ 這個點。此結果與前測結果相同，兒童並不瞭解分數的稠密性。但經過同儕多種策略的分享與刺激，兒童提出在數線上 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{3}{4}$ 之間，切一半，得到 $\frac{2}{4}$ 的點，繼續在 $\frac{1}{4}$ 與 $\frac{2}{4}$ 之間， $\frac{2}{4}$ 與 $\frac{3}{4}$ 之間，分別切一半會得到 $\frac{3}{8}$ 與 $\frac{5}{8}$ ；繼續在 $\frac{1}{4}$ 與 $\frac{3}{8}$ 之間...，結果一直做下去，兒童發現 $\frac{1}{4}$ 和 $\frac{3}{4}$ 之間有許許多多的分數，兒童進行反思後，釐清了分數的稠密性的概念。故在後測時，此概念的表現明顯進步，從前測的答對率39%，在後測中達到91%。

(四) 學習單四『還我原貌』

此單元主要是希望兒童進行反向的思考，從分割後的內容物建構基準單位量『1』。藉以強化分數知識的概念。(Annette R Baturo, 2004)



這裡有 $\frac{3}{5}$ 袋的蘋果。

請畫出 () 袋的蘋果。(括號中數必須是整數)

因為在學習單二中，兒童釐清了基準單位量的意義。所以在此學習單上進行反向思考時，學生表現優異。有趣的是進行班級討論時，有3位兒童提出其並不瞭解一個蘋果所代表的意思就是 $\frac{1}{5}$ 袋蘋果。他們以分數乘法的規則，提出 $\frac{3}{5} \times 5 = 3$ ，所以此學生畫出15顆蘋果，並說明此為3袋蘋果。由此可見，兒童仍非常依賴傳統算則。

(五) 學習單五『遠親不如近鄰』分數

本單元主要發展與使用參考點的能力。結果顯示，學生對於 $\frac{1}{2}$ 這個參考點有較多的困難。例如：學生會認為 $\frac{3}{5}$ 、 $\frac{14}{25}$ 比較接近「1」，而不是接近 $\frac{1}{2}$ 。經過討論，學生會根據分數

在數線上的位置，判斷哪些分數會接近「0」、「 $\frac{1}{2}$ 」或「1」。

(六) 學習單六『我的家在哪裡』

當學生發展了使用參考點的能力後，便能運用在分數的加減運算上。結果顯示，學生能運用參考點在數線上標示出分數運算後大約位置。兒童認為 $\frac{1}{4}$ 與 $\frac{1}{5}$ 非常接近，所以兩數相減會接近0， $\frac{3}{4} + \frac{1}{5}$ 會接近1。

(七) 學習單七、八『多或少』、學習單九『大力士比一比』

本單元培養學生運用參考點，比較分數的大小，加、減、乘、除運算的結果。因為在本學期中學生在南一第10冊第六單元學到『分數的乘法』，所以學生進行 $\frac{9}{10}$ 、 $\frac{8}{9}$ 的大小比較時，只是強記課本上所陳述的規則『當分子與分母相差1時，分母越大的分數，分數越大』，來進行解題。但學生本身並不瞭解這句話所代表的含意。經過再一次的討論，學生已能根據分數的意義，說明 $\frac{9}{10}$ 、 $\frac{8}{9}$ 與『1』分別只差 $\frac{1}{10}$ 、 $\frac{1}{9}$ ，而把一份平分成十等分所得的每一小份會比平分成九等分所得的每一小份小，所以 $\frac{9}{10}$ 會比較接近1，因此學生便了解到

$$\frac{9}{10} > \frac{8}{9}。$$

在進行數感活動的教學活動中發現，兒童對分數仍存在著迷失概念，尤其是在離散量部分，這和許多研究結果相符；除此之外，兒童亦非常依賴『運算』、『規則』等傳統算則，不會使用參考點、估算來進行解題。在經過教學引導後，研究者發現，兒童漸漸發展出參考點、與估算的能力，因此在解題時，會先運用參考點的能力與估算的能力，而不會盲目的進行機械式的運算與思考，從此可以發現兒童數感的提升。

伍、 結論與建議

一、 結論

本研究將國小五年級學童分數數感的表現分為『瞭解分數的意義和關係的能力』、『瞭解分數的大小的能力』、『瞭解如何使用參考點』、『瞭解運算對數字的影響』以及『瞭解分數的多重表徵方式』五個向度來探討，結果發現兒童在分數的多重表徵方式上表現較不理想，有一半的兒童對分數的基本意義並不清楚，可見兒童對分數所產生的迷思概念是不容忽視的。尤其兒童對分數單位量的模糊概念，更是間接影響到分數在各種表徵方式上的表現，此與黃芳玉（2003）、許清陽（2000）研究結果相符。

在分數數感教學前，兒童在『分數數感測驗』的結果，平均答對15題（60%），進行為期兩週的分數數感教學，兒童平均答對18題（72%）。經過t考驗，達.01顯著水準，此表示教

學前、後兒童的成績有顯著差異（侯淑芬，2002；林宜蒨，2001；徐俊仁，2000）。尤其是在『瞭解如何使用參考點』方面，兒童在進行教學後能適時的使用參考點、估算，而不會一味的根據傳統算則來進行解題。

『no answer please』的教學方式，確實可以釐清兒童分數的概念，增進兒童對分數的瞭解。兒童也因為這樣的活動能更準確、更願意在作答之後反思答案是否合理，進而提升數感的能力。

二、 建議

本研究基於時間的限制，實驗教學的時間相當的短，且缺乏具體物的操作，如能時間充裕，且在教學中進行具體物的操作，兒童應更能澄清分數的概念，進而培養數感。兒童要具有良好的數感，首先要有清楚的數概念。所以老師在進行教學時概念的澄清是不容忽視的。『no answer please』的教學方式，不僅可以澄清兒童的數學概念，亦可增進數感，因此老師可以應用此教學活動在其他的數學概念的學習上。而『no answer please』的教學活動可以再提出改善，以增進教學效益。

縱使九年一貫課程強調有意義的數學學習，但兒童仍只記憶運算規則、只是機械式的解題，如何在教學上強化數字與運算間的關係，增進數學學習的興趣，是我們值得深思的問題。

參考文獻

- 支毅君（1997）：我國國小三年級數感教學研究。台東師院學報，8期，83-116。
- 林宜蒨（2001）：從過程導向教學幫助國小五年級學童發展數字常識之研究。國立嘉義大學國民教育研究所碩士論文。
- 林宏仁（2003）：國小教師數學教學信念及其教學評估之研究：以高年級分數概念學習表現為例。屏東師範學院心理輔導教育研究所碩士論文。
- 林素微（2002）：國小高年級學童數感特徵暨電腦化數感動態評量發展之探討。國立台灣師範大學教育心理與輔導學系博士論文。
- 林福來、黃敏晃、呂玉琴（1996）：分數啟蒙的學習與教學之發展性研究。科學教育學刊，4（2），161-169。
- 侯淑芬（2002）：數感融入國小四年級數學科教學之研究。屏東師範學院數理教育教育研究所碩士論文。
- 洪素敏（2004）：國小五年級學童分數迷思概念補救教學之研究。國立嘉義大學數學教育研究所碩士論文。

張漢宜：**數字感教學的重要性**。線上檢索日期：2004年5月20日，網址：

<http://192.192.169.102:82/basis3/18/hk11.htm>

許清陽、楊德清：**數字常識在國小數學科教學的重要性**。線上檢索日期：2004年5月20日，

網址：<http://www.nioerar.edu.tw:82/basis3/41/a8.htm>

許清陽、楊德清與李茂能(2001)：國小高年級學童數字常識評定量表編制之研究。**科學教育學刊**，9(4)，351-374。

陳和貴(2002)：**國小五年級學童分數概念學習表現極易犯錯誤類型之比較研究—以屏東縣多元文化族群為例**。屏東師範學院數理教育研究所碩士論文。

楊德清(1998)：筆算能力與數字常識表現之差異性的探討。**科學教育月刊**，212，3-10。

楊德清(2000)：國小六年級學生回答數字常識問題所使用之方法。**科學教育學刊**，8(4)，379-394。

楊德清(2002)：從教學活動中幫助國小六年級學生發展數字常識之研究。**科學教育學刊**，10(3)，233-259。

楊德清(2003)：**九年一貫數學領域新能力指標—電腦化數字常識評定量表之設計與編制**。國科會92年度補助研究計畫。

楊德清(2004)：**國小學童珠心算能力與數字常識之相關研究**。國科會92年度補助研究計畫。

劉秋木(1996)：**國小數學科教學研究**。台北：五南圖書出版公司。

劉琪玲與謝哲仁(2003)：融入動態評量之數感教學效益研究。**科學教育與研究發展**，第三十二期。

Annette R Baturo (2004) . Empowering Andrea to help year 5 student's construct fraction understanding. *Proceedings of the 28th conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Vol 2, p95-102.

Dougherty, B. j. & Crites, T. 1989) . Applying number sense to problem solving. *Arithmetic Teacher*, 36(6), 22-25.

Glatzer, D. j. & Glatzer, J. (1989). No answer please. *Arithmetic Teacher*, 36 (6), 38-39.

Hart, K. M.(1981). Fractions. In K.M. Hart, D.Kerslake, M. L. Brown, G. Ruddock, D. E. Kuchemann & M. McCartney (Eds.), *Children Understanding of Mathematics* : 11-16.Oxford London/Northampton.

- Hope, J. (1989). Prompting number sense in school. *Arithmetic Teacher*, 36 (6), 12-16.
- Howden, H. (1989). Teaching number sense. *Arithmetic Teacher*, 36 (6), 6-11.
- McIntosh, A., Reys, B. J. & Reys, R. E., Bana, J., & Farrel, B. (1997). Number sense in School Mathematics: Student Performance in Four Countries. MASTEC: *Mathematics , Science & Technology Education Centre*.
- Sowder, J. T. (1992). Estimation and number sense, in D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (p.3771-389). New York: Macmillan.

The Study of Integrating Number Sense into Fraction Instruction in Fifth Grade

Yi-Chung Lin Yea-Ling Tsao

The Graduate Institute of Mathematics and Computer Science Education,
,Taipei Municipal University of Education

Abstract

The purpose of this study was to explore the practice and the effect of integrating number sense into teaching fraction in fifth grade. There were 33 students participated in the quasi-experimental. This study also adopted a number sense test for pre-test and posttest to differentiate students' number sense ability in fraction. Results indicated that students' performance on posttests were significantly improved ($p < .01$). After teaching the activities, students responses reflected the use of number sense strategies for fraction (such as, benchmark, estimation) obviously.

Key words: Number sense, Fraction, mathematics instruction