

電腦建構分數概念學習之動態評量提示系統及 成效分析

林彥宏¹ 謝哲仁²

¹台南縣新興國小 ²美和技術學院

摘要

而本研究是運用 Excel 試算表應用軟體其鏈結及繪製圖表等功能發展一份分數概念診斷測驗，包括等分、指認單位量及分數運算等分數概念之動態評量提示系統，學生可以利用此系統進一步區辨出學生在分數概念之差異，並針對概念較不足學生，讓學生透過視窗中呈現的圖表及符號連結，協助其獲得正確的概念。根據研究結果顯示：

- 一、實驗組接受動態評量提示系統介入後，在分數概念測驗上的後測成績優於前測。
- 二、實驗組接受動態評量提示系統介入後，在分數概念測驗上的後測成績優於控制組。
- 三、動態評量能有效區辨出不同程度受試者。
- 四、以 Excel 試算表應用軟體所發展的動態評量提示系統，對分數概念提升有良好的助益

綜合言之，本研究不僅支持動態評量在學科領域的區辨及協助效益，研究者希冀本動態評量系統能對數學概念的診斷與補救，能提供另一層新的思維。

關鍵詞：分數學習、動態評量

壹、研究背景與目的

在 1992 年 2 月公布的國際教育成就測試（International Assessment of Education Progress, IAEP）結果中，發現我國學生雖然成績表現不錯，但卻有下列幾點被認為值得警惕並該改進的：

1、題目呈現的型態不是台灣學生習慣的方式，如要求使用工具，或是文字題不是我們的教科用書及參考用書中常出現的型態（例如題中有多餘之資訊，或是提出互相矛盾的解題法，要求判斷等問題時），我國的學生之答對率甚差。

2、各國受測者成績最差的 10% 學生中，我國學生的學習成就比其他各國還要差。

探究其主要原因乃肇因於現行的國小數學課程，仍然沿襲傳統，以習得數學知識為最後的目標，因而教師和家長均以答案的正確與否來判定學童是否已達成目標，卻不講求知識獲得的過程（周筱亭，1996）。有鑑於此，在八十二年九月教育部公布的數學課程標準，針對了課程中教材的缺失、落實的情形，並參考了國內外有關兒童認知發展的研究結果及數學的結構，作了較大幅度的修正。新課程於八十五年全面實施後，各個年級在實施新課程後的學習情形，著實是教師及教育工作者所應重視的。

在國小數學教育階段中，有關分數概念的學習是主要的課程之一。但許多研究顯示，兒童對於分數的學習卻是不盡理想；根據美國的全國教育發展評估(National Assessment of Education Progress, NAEP)顯示出十三歲的學生對於分數缺乏理解，分數的成就低，學生似乎不了解分數的意義，而以機械性的記憶規則完成計算；Kerslake (1986) 發現英國十三、四歲的學生依靠死背的方法來處理分數的運算。Jacks (1981) 認為對於三至五年級學生，分數的學習是困難的，不到 10% 的學生具有分數的基本概念，運算符號的操作無法和具體實物操作連接，大部分的學生並未真正了解分數的意義。

分數概念的學習是如此不容易，或許可以藉加強表徵間的轉換來輔助分數概念的學習。Lesh, Post, & Behr (1987) 證實了表徵的轉換能力是一個影響數學學習和解題表現的重要因子，而且強化或矯正這些能力有助於基本數學觀念的獲得，同樣的 Janvier(1987) 的研究也證實了轉換在教學上的重要性，並且建議應該廣泛應用在其他主題上。

動態評量是施行補救教學可行方針之一。動態包含兩層意義（1）測驗中施測者與

考生之間容許適性而協助導向的互動(2)跨越多個時間點進行統整觀察訊息的焦點(林素薇, 1996)。因此動態評量是符合 Vygotsky 的近側發展區企圖發展改進認知功能的方法, 即發展協助或激勵個體進行有效學習和成功行為反應的情境和條件。目前新課程改革方向, 希望在評量內容上力求豐富深入並切合生活和學習經驗, 評量方法上朝向多元動態適性化, 在測驗結果的應用上重視教與學協助性回饋訊息的提供, 有別於傳統模式的動態評量也合乎新課程改革方向。

電子試算表(Excel)是一個被切割成 $65536 * 230$ 儲存格 (cell) 的環境, 每一個儲存格既是輸入也是輸出格, 可以在任何的一個儲存格輸入文字及數值在併合內部建構的函數即可輸出其結果。而輸入與輸出的儲存格是動態的連結 (link), 亦即只要更改輸入的儲存格, 其連結的輸出儲存格就會被動的反應相關的結果 (謝哲仁 2000); 此外 Excel 擁有強大的繪圖功能, 充分運用這些特點, 可以創造出多重表徵 (圖形、數值、文字) 的學習環境 (謝哲仁, 2000, 2001)。

因此本研究擬以 Excel 試算表多重表徵、快速運算的功能來設計分數概念之動態評量, 針對學童錯誤分數概念實施補救教學。

貳、文獻探討

一、分數概念

關於分數概念的學習, 各家學者各有不同定見, Piaget, Inhelder & Szeminska (1960) 則認為, 兒童要理解分數的意義, 必須具有一、能將整體分割; 二、能決定部份量; 三、分割量必須窮盡; 四、能決定分割數和全體的關係; 五、所有的被分割量皆相等; 六、知道部份是來自全體; 七、知道部份總和會等於全體, 而且全體是不變的。

Larry & Joseph (1987) 主張兒童在學習分數的初步概念, 必需掌握一、確定單位量; 二、認知等分的大小; 三、找出等分割數; 四、所取份數與等分割數比較等四項要素。

在這些學習分數的基本要素中, 究竟哪些因素對學習者產生較大的困擾呢? 在探討學生分數概念的研究中, 我們可以找到一些影響學生分數概念的因素。

(1) 單位量的指認

Figueras(1989)曾將學生在處理「部分/全部」(連續量)及「子集/集合」(離散量)的分數問題時, 對指認單位量有困難。Figueras, Filloy, & Volderuoros (1987)及

Figueras(1989)對學生處理指認單位量所發生的困難分成三類型：

- (a)忽略給定的單位量：學生無法看出整個圖形是單位量
 - (b)受分子控制：處理分數問題時，只考慮問題中的分子，解題受分子的影響
 - (c)受分母控制：處理分數問題時，只考慮問題中的分母，解題受分母的影響
- (2)連續量與離散量的差異

Piaget et al.(1960)發現「部分/全部」的分數概念可以細分成 7 個子概念。Hiebert et al.,(1978)發現這 7 個子概念只在連續量中成立，而在離散量中則不成立。

(3)維度

Piaget et al(1960)發現兒童在處理平面圖形時，4 — 4¹/₂ 歲的兒童會處理 $\frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{4}$ 的分數問題，6 — 7 歲的兒童能處理 $\frac{1}{3}$ 的分數問題，但是 Figueras et al.,(1985) 則發現 11 — 13 歲的小孩在處理立體圖形時，連簡單的 $\frac{1}{4}$ ， $\frac{1}{3}$ 都有困難

(4)圖形形狀

Piaget et al(1960)在等分平面圖形時，以長方形最易處理，正方形次之，圓形最難。

(5)等分

Piaget et al(1960)及 Hiebert et al(1978)的研究結果都發現「部分/全部」的分數概念可以細分成 7 個子概念，其中的一個子概念是「分割的每一部分都要相等」。Bergeron & Herscovics (1987) 指出大部分三年級學童在處理分數板時，只注意分數板被切成幾塊，而不去注意分割後每一部份是否相等。

(6)等分線的多寡

Larson(1980)發現學生在單位分割數較多的數線較難掌握。

根據呂玉琴 (1991a) 文獻分析指出，影響兒童分數概念表現的因素有：單位量的指認、不同分數意義的影響（包括兒童對各分數意義的接受情形與等分概念）、分數的結構及分數試題的瞭解層次。

綜合以上有關分數概念學習方面的研究，本研究擬從影響學生分數概念的因素中，取等分概念、指認單位量及單位分數概念作為診斷評量主軸，瞭解學生相關概念；等分概念是分數啟蒙過程，兒童必須具備的基礎概念（甯自強，1993，林福來，黃敏晃，呂玉琴，1996，李端明，1997）；而在處理部份/全部、子集/集合、比的意義的分數問題或將分數視為是數線上的一點的值，最重要的就是確認單位量。只有在單位量確認之後，才能進一步的理解分數問題（呂玉琴，1996），因此確認單位量亦是理解

分數的主要關鍵之一。至於單位分數概念則蘊藏於加法性分數中，加法性分數中是指兒童具有子分割運思，與單向部份/全體概念，具有此概念兒童能運思單位分數累加活動，掌握單位量與分量之關係，能理解單位分數的內容為單一個物，或多個離散量等問題，是朝向巢狀分數概念及進一步理解有理數的重要概念（甯自強，1993，李端明，1997），因此也將單位分數運算概念納入本研究中，本文所探討之單位分數是以相同單位分數運算為主，不同單位分數運算涉及等價單位因此不在本研究範圍內。

二、動態評量

近年來，由於認知心理學的蓬勃發展，對評量內涵及功能的反省日漸加溫。而傳統靜態評量(static assessment)的方式無法與認知歷程有關連性，評量結果也無法偵測出學習者真正學習能力。因此，動態評量(dynamic assessment)的概念乃應運而生。動態評量此一用語最早是由 Feuerstain(1979)開始用來代表他研究的程序。爾後，相繼許多學者投入評量相關研究，發展出具有相似的概念而名稱、模式各異的研究，例如: Budoff (1974)的「學習潛能評量」、Carlson & Wiedle(1978)的「極限測驗」(testing the limit)、Campion & Brown(1985)的「漸進提示評量」(graduated prompting assessment)等。

(一)動態評量的理論基礎

動態評量的興起是對以智力及以心理計量理論為基礎的靜態評量方式之反動。事實上，由於 Vygotsky(1978)對社會文化影響心理發展的觀點及「近側發展區」(zone of proximal development, ZPD)概念的倡導，進一步促成動態評量的發展。

關於近側發展區：

1、近側發展區的界定：

「近側發展區」的概念是 Vygotsky 理論的主軸。Vygotsky 對近側發展區的界定是「實際的發展層次」(real level of development)和「潛在發展層次」(potential level of development)的差距。前者是個體能夠獨立解決問題的層次，後者則是在「鷹架」協助下，才能解決問題的層次。此兩者之間的差距即為「近側發展區間」。因此，後者實為教育工作可以著力之處。

2、近側發展區概念對評量及教學的影響：

Vygotsky 對「近側發展區」的界定，涉及了評量的問題以及教學的問題。他對評量及教學提出具彈性的認知發展理論，不同於行為學派的固著，呈現更積極的面向：

(1)就評量而言，Vygotsky (1978)認為:利用心理測驗所得的心理年齡，是個體實際

發展層次，這是個體獨自完成工作的水準，是個體已經有的發展。一般人常把獨立工作的水準當成能否學習的指標，而忽略兒童潛能的發展，這種對成熟度的評量並無法測量個體和他人互動後所能完成的潛在工作水準。成熟度的評量只有靠互動之分析，以動態的方式觀察兒童的互動，用靜態的評量方式並不足以評量成熟度(陳淑敏，1995)。

(2)就教學而言，Vygotsky 反對以兒童既有的發展階段為導向的教學觀點，而主張能喚起和激發生命中潛在功能，使其朝向更成熟的方向發展之良好教學應先於發展。亦教學不應只是配合實際的發展層次，而應該符合兒童的潛在發展層次，以創造其近側發展區，提昇認知發展層次(陳淑敏，1995)。

由於 Vygotsky 的社會互動心理發展觀及以近側發展區作為學習目標的概念，認為認知發展水準決定於互動的方式，而教學則要做學生現在的發展水準，但是並非等待。評量不只要重視學生過去學習的結果，也要重視學習者學習的過程及學習的可能性(歐瑞賢,1997)。

(二)動態評量模式

動態評量模式一般可分為六類：包含學習潛能評量 (learning potential assessment, LPA)，學習潛能評量設計模式 (the learning potential assessment design, LPAD)，極限測驗 (test-the limit)，漸進式評量 (graduated prompting assessment)，連續評量 (a continuum of assessment)，心理計量取向評量模式。

由許多研究顯示，由於漸進提示模式設計較易，提示程序明確，施測具實用性及客觀性，廣為研究者採用，而在數學教育方面有關動態評量之相關研究亦相當豐碩：

吳國銘 (1994) 以 187 位國小五年級數學能力低落之兒童為樣本，將樣本分為動態評量組及控制組，以漸進提示模式探討數學應用題的解題，研究結果顯示，動態評量組在學習及遷移方面都優於控制組。

孫扶志 (1995) 透過標準化程序設計「漸進提示之中介訓練課程」，針對學生解題歷程的缺陷，進行個別化補救教學。發現此種教學對於數學成就低落的學生，在解題表現上有明顯的幫助。

林素微 (1996) 以六年級學生為樣本，以班級為單位分三組，以測驗、測驗加討論、僅文字說明三種層次進行實驗，研究結果支持動態評量對彈性思考的區辨及協助效益。在多項研究結果指出對於漸進提示動態評量持正面態度，認為動態評量將教學

與評量整合可以區辨學生數學能力，診斷其學習困難，並供教師個別差異確切資訊，對提升數學能力有實質上的助益。

參、研究方法

本研究擬針對國小五年級分數基本概念，透過分數概念測驗了解其迷思概念後，再以動態評量進行補救教學。為了解學童實施補救教學成果，因此本研究擬實施實驗研究法，並以質量並行的方式收集、分析資料。

一、研究設計

本研究設計採質、量並重。在量的方面採實驗設計，以前測--後測設計進行；在質的方面，針對學生在測驗中所呈現的錯誤類型實施訪談，也對接受動態評量其概念改變者實施訪談，研究設計如表 3-1。

表 3-1 研究設計

資料 收集	實 施 階 段			
	量 的 方 面			質 的 方 面
組 別	前測階段	實驗處理階段	後測階段	訪談階段
實 驗 組	前測	接受分數概念	後測	對概念改變者實 施訪談
		動態評量	學習態度調查表	
控 制 組	前測		後測	

二、研究對象

本研究的目的是在於探討透過分數概念動態評量對分數概念補救教學之成效，故本研究對象的選取方式如下：

(一)分數概念概念診斷測驗預試樣本

選取台南縣某國小五年級學生，接受分數概念診斷測驗預試

(二)分數概念診斷測驗正式樣本

選取台南縣、台南市及高雄市五年級學生，接受分數概念診斷測驗，為診斷測驗正式樣本。

(三)動態評量預試及正式樣本

選取台南縣某國小五年級學生，由導師推舉數學學習成就低落學生三位，作為預試樣本。再對台南縣某國小五年級學生四班共 140 位，實施分數概念診斷測驗，針對正確率低於 50% 者，從中隨機抽取四十位，隨機分派至實驗組（接受動態評量介入）及控制組，實驗組二十位學生為動態評量正式樣本。

(四)區辨效益樣本

為檢驗本動態評量系統區辨效益，除實驗組學生外，另請其他五年級兩班老師，每班推派中程度及高程度五人，計高程度十名，中程度十名，亦接受動態評量介入，以檢驗本動態評量之區辨效益。

三、研究工具

本研究擬使用分數概念測驗（前、後測）、學習態度調查表、分數概念動態評量為工具，茲分別將各類工具加以說明：

(一)自編分數概念的前、後測驗：

本研究的分數概念分成三部分：「等分概念」「指認單位量」「分數運算概念」，從文獻和課程中蒐集測驗問題並加以修改，不足部份由研究者自行設計。完成後委請數學教育專家及資深國小數學教師檢視，使其具有專家效度。修訂後先進行預試，最後經由試題分析修正完成，供前後測使用。概念所涵蓋項目內容及試題分布如表 3-2 所列：本測驗共編 28 題，預試施測後，閱卷評分。

表 3-2 分數概念診斷測驗雙向細目表

分數概念	項目內容	題數	題號
等分概念	* 在連續量情境辨認等分圖形	7	1,2,3,4,
	* 對一連續量或離散量作等分		5,6,21

電腦建構分數概念學習之動態評量提示系統及成效分析

指認單位量	* 在離散量或連續量中情境指認整體為一單位 * 在連續量或離散量情境，單位量未知或已知， 比較分數的大小	13	7,8,9,10,11, 12,22,23,24 25,26,27,28
分數運算	* 同分母分數合成、分解	8	12,13,14,15, 16,17,18,19,

(二)動態評量提示系統

本研究擬在 Excel 試算表視窗上，設計一動態評量漸進提示系統（圖一），不同於傳統靜態評量模式，進一步區分出學生分數概念學習之差異，並針對學生錯誤分數概念進行補救教學，期能對學生分數概念的學習有所裨益。

本分數概念動態評量提示系統介入內容呈現如下：


- (1)對於不同表徵轉換模式需要的特性及進程而使用不同的提示，且應該引導學生對該層次相關事項的注意。
- (2)引導學生對熟悉的部份「同化」，不熟悉的部份產生認知衝突。
- (3)在調整的過程中，學生必須有資料能自己檢查自己的答案是否正確。
- (4)學生必須能夠感覺到為何他的策略無效而被教的解題策略成功。
- (5)減少學習中的記憶量至最低。幫助學生集中注意在有關的特徵上。

依照上述介入原則並根據文獻中兒童分數概念學習之探討、及診斷教學理論設計此系統，共分爲四個不同等級的提示：

- 提示一：對錯回饋，以提供學生自我檢視答案的機會（圖 2）
- 提示二：擴大特徵差別提示，給予學生思考上的協助（圖 3）
- 提示三：提供具體物或實物以實例示範並提供操作（圖 4）
- 提示四：提供具體物或實物以直接教學

針對以上提示方式，茲將本系統作簡要說明：

小朋友,準備來挑戰了沒有?從現在開始,就是你大顯身手的時候到了!請你動動滑鼠,輸入正確的答案後,把滑鼠移到任何地方按一下。如果答案正確,立刻進行下一題。如果**答案錯了**,別緊張,題目上方會出現**一句話**提示你,你可以再想一下再作答。如果答案又錯了,可以按第一個**提示鈕**,便會給你一些提示,幫助你找出正確答案。如果再錯,再按**第二個提示鈕**,會給你更多的幫助;但是,別忘了,**提示用得越多,你所得到的分數會越少喔**。加油吧!相信你一定會做得很棒!



例題:

() 1.東東有10元,花了9元,他還剩下幾元?
(1)1元 (2) 2元 (3)3 元 (4)4 元 (5) 5元

提示一
提示二
下一題

圖 1 動態評量漸進提示系統作答說明

一進入本系統,首先螢幕呈現作答說明,讓受試者在作答前,先了解本系統操作方式及計分方式,併同時呈現例題讓受試者作練習(圖1)。

例題: **小朋友你很用心,但是答案不正確,請你再仔細想想看**

(**2**) 1.東東有10元,花了9元,他還剩下幾元?
(1)1元 (2) 2元 (3)3 元 (4)4 元 (5) 5元

提示一
提示二
下一題

圖二 提示一:對錯回饋,以提供學生自我檢視答案的機會

受試者在空格中輸入答案,題目上方便會顯現答題結果(正確與否),回饋給受試者作自我檢視,若答題正確便可進行下一題,若答錯(第一次)則受試者可以作自我反思後在進行作答(圖2)

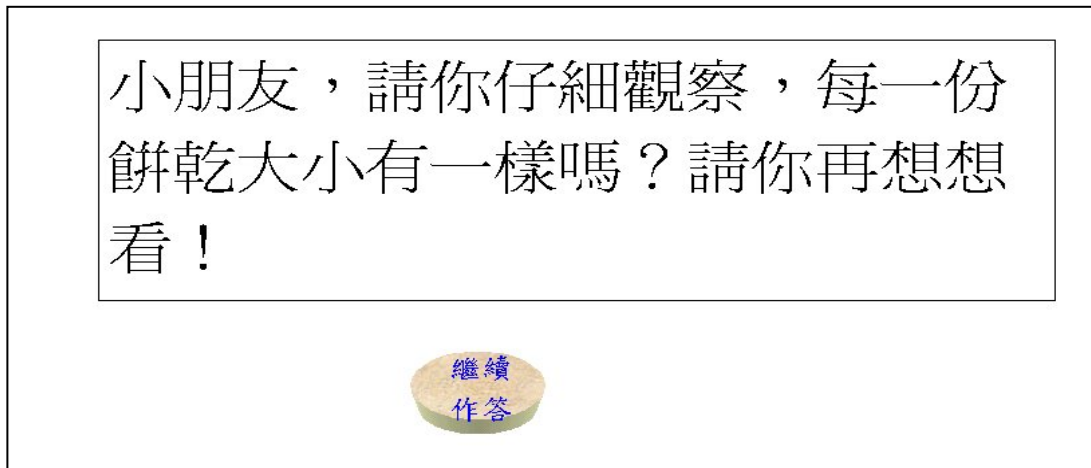


圖 3 提示二：擴大特徵差別提示，給予學生思考上的協助

經自我反思後，若受試者依舊答題錯誤，則可按『提示一』，系統便會呈現文字提示（圖 3），給予學生思考協助，文字提示會將題意做進一步說明或澄清，提供更多的訊息幫助學生解題。

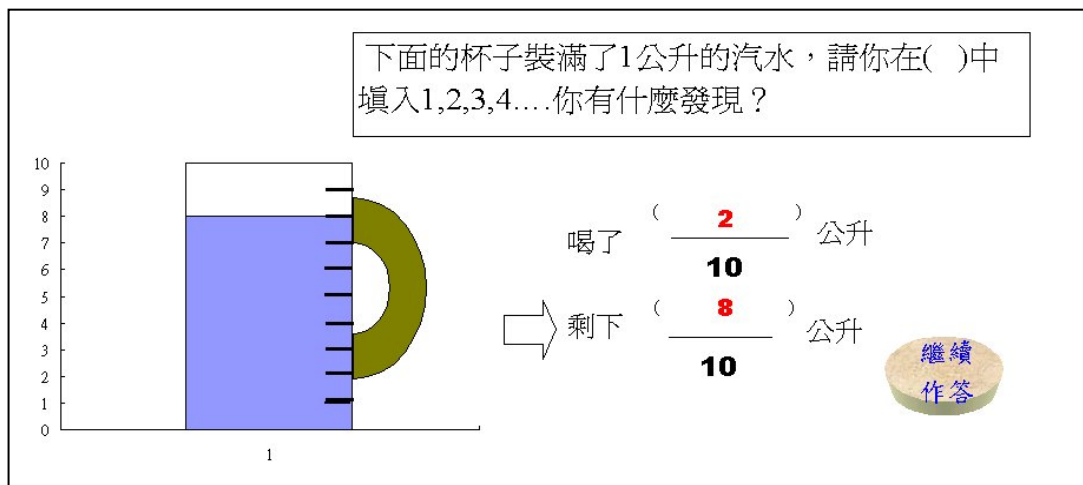


圖 4 提示三：提供具體物或實物以實例示範並提供操作

若受試者經文字提示後依舊作答錯誤，則可按『提示二』鍵，在這提示中，會呈現與符號密切連結的具體圖像，只要受試者在括號中輸入適當數字，圖像會跟著改變，

透過符號表徵與圖像表徵結合的方式，協助受試者思考。

就評量概念內涵，本研究擬就分數概念中三個概念設計本動態評量系統：


(一)等分概念

* 在已切割之連續量圖形辨認是否等分 (圖 5)

* 對離散量作等分 (圖 6)

() 1. 東東買了一個蛋糕，斜線部份是小華吃掉的部份，他吃了多少個蛋糕？

(1) $\frac{1}{4}$ 個 (2) $\frac{1}{5}$ 個 (3) $\frac{1}{6}$ 個 (4) $\frac{1}{2}$ 個 (5) $\frac{1}{8}$ 個




提示一
提示二
下一題

圖 5 等分題示例 (一)

() 3. 一盒草莓有 15 個，平分成 5 包，一包有幾個？

(1) 2 個 (2) 20 個 (3) 5 個 (4) 3 個 (5) 10 個



提示一
提示二
下一題

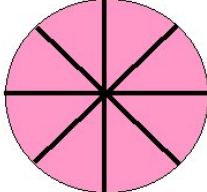
圖 6 等分題示例 (二)

(二)指認單位量

* 在連續量或離散量中指認出整體為一單位 (圖 7)

* 在單位量大小不同之情境下，比較分數所指量之大小 (圖 8)

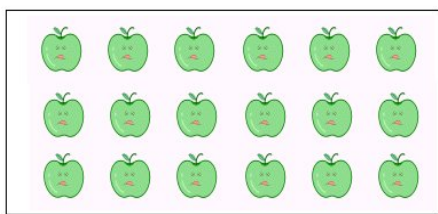
() 6. 叔叔買了一個草莓蛋糕，切成大小相等的 8 小塊被東東吃了 $\frac{3}{4}$ 個，東東總共吃了多少塊呢？(1)6 塊 (2)11 塊(3) 3 塊(4)4 塊(5)2 塊



提示一
提示二
下一題

圖 7 指認單位量題示例（一）

() 9. 一箱青蘋果有 18 個，有隻蟲一個星期吃了 $\frac{5}{6}$ 箱，這隻蟲總共吃了幾個蘋果？
(1) 13 個(2)5 個(3) 23 個(4) 6 個(5)15 個(6)12 個



提示一
提示二
下一題

圖 8 指認單位量題示例（二）

(三)分數運算

* 相同單位分數的加、減概念（圖 9）

* 相同單位分數的減法概念（圖 10）

() 10. 柯南家舉辦生日會，一瓶葡萄汁可以剛好倒滿 4 杯，柯南喝了 3 杯，小蘭也喝了 3 杯，他們兩人喝了多少瓶果汁？

(1) 6 瓶 (2) $\frac{3}{4}$ 瓶 (3) $\frac{4}{6}$ 瓶 (4) $1\frac{4}{3}$ 瓶 (5) $1\frac{2}{4}$ 瓶

提示一
提示二
下一題




圖 9 同單位分數加法概念題示例

() 12. 一條彩帶有 14 公分，用 $\frac{2}{7}$ 條做玫瑰花，用 $\frac{4}{7}$ 條做康乃馨，總共用去多少條彩帶？(1) $\frac{10}{7}$ 條，10 公分 (2) $\frac{8}{7}$ 條，8 公分 (3) $\frac{6}{7}$ 條，12 公分

(4) $\frac{2}{14}$ 條，4 公分 (5) $\frac{6}{7}$ 條，6 公分

提示一
提示二
下一題

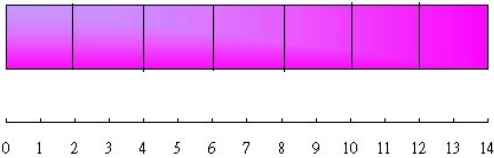


圖 10 同單位分數的減法題題示例

四、本研究測驗信效度

本研究中的診斷測驗重測信度為 0.87。研究者依據分數概念的知識架構，參考課本、習作、教師手冊、國內外相關研究及評量報告，編製成試題。每次測驗結果與指導教授及資深教師討論，將意見作為編選及修正题目的依據以求內容效度的提升。此外，研究者經該班導師同意，取得學生五年級上學期的數學兩次月考成績，本研究測驗與兩次數學月考平均成績相關為 0.72。

五、根據本研究架構，本研究工作進程如表 3-3

表 3-3 研究工作進度表

工作項目	時 間
分數概念診斷測驗 (前測)	90.9.5—90.9.7
施行動態評量補救教學 (實驗處理)	90.9.14—90.10.22
分數概念診斷測驗 (後測)	90.10.30--90.10.31
實施中、高程度動態評量	90.12.3—90.12.14
進行訪談	91.1.4—91.1.13

肆、研究結果與討論

本研究旨在發展一份分數概念診斷評量工具，了解學生分數概念並發展一份動態評量探討其協助及區辨效益

一、動態評量之協助效益分析

就本動態評量提示系統之協助效益而言，本研究分成三個部份來說明，首先本研究檢視實驗組在接受本提示系統介入與未接受提示系統介入之控制組其分數概念測驗前後測成績是否有差異，其次檢視實驗組與控制組學生在三種概念表現之差異，進一步分析出實驗組接受本動態評量提示系統後，對那些概念有顯著之助益。

(一)實驗組與控制組分數概念診斷測驗成績之比較

本研究對於本動態評量提示系統協助效益之考驗，乃以分數概念診斷測驗得分為前測成績，在經過動態評量提示系統介入後，再接受分數概念後測，兩組前測成績，經 t 考驗，得到 $t = 0.33$ ($p > 0.05$)，表示兩組學生前測成績並未達顯著差異，因此符合本研究假設，實驗組與控制組的學生，其起始點的能力是等組的。在排除前測影響下，進行兩組後測成績之共變數分析，結果如下表 4-1, 表 4-2 所列：

表 4-1 實驗組與控制組之前測與後測描述統計

	人數	前測成績	後測成績
實驗組	20	9.7 (1.65)	14.1 (4.3)
控制組	20	9.5 (1.14)	9.3 (1.55)

括號內的數為標準差

表 4-2 實驗組與控制組之前測與後測共變數分析摘要表

變異來源	離均差平均和	自由度	均方	F值
組間	71.77	1	71.77	6.56*
組內	404.57	37	10.93	
全體	6480	38		

*P<.05

從表 4-1 及表 4-2 可知，針對實驗組學生分數概念後測成績分析，經共變數分析後顯示：F 值 = 6.56 (*P <.05)，達顯著差異水準，意即在排除前測影響下，兩組後測成績有顯著差異，且實驗組顯著優於控制組。

(二)實驗組與控制組三項概念之表現

本研究之分數概念診斷測驗包含等分概念、指認單位量概念及分數運算概念三項概念。本研究進一步探究實驗組學生皆受動態評量提示系統介入後，檢驗實驗組與控制組這三項概念前後測成績之差異，以下就實驗組與控制組三種概念前後測表現之差異逐一討論：

(1)等分概念

表 4-3 實驗組與控制組等分概念之前測與後測描述統計

	題數	前測成績	後測成績
實驗組	7	2.35 (1.14)	3.8 (1.9)
控制組	7	2.45 (0.68)	2.15 (0.81)

括號內的數為標準差

表 4-4 實驗組與控制組等分概念前測與後測共變數分析摘要表

變異來源	離均差平均和	自由度	均方	F值
組間	27.909	1	27.909	12.739*
組內	404.57	37	10.93	
全體	463	38		

*P <.05

表 4-3 為實驗組與控制組等分概念之前測與後測描述統計，依表所示，實驗組在等分概念後測成績優於前測，而控制組成績則略微下降。由表 4-4 所示，在排除前測影響後，兩組學生在等分概念表現有顯著差異（ $F = 12.739$ ， $P < .05$ ），因此，接受動態評量介入的實驗組學生，對其等分概念有所助益。

(2)指認單位量

由表 4-5 顯示，實驗組接受動態評量系統介入後，其指認單位量概念成績由 4.45 增加到 6.2，而控制組則後測略低於前測。由表 4-6 可知，在排除前測影響之後，兩組學生在指認單位量表現達顯著差異（ $F = 14.1$ ， $P < .05$ ），因此，接受動態評量介入的實驗組學生，對其指認單位量概念方面有所助益。

表 4-5 實驗組與控制組指認單位概念之前測與後測描述統計

	題數	前測成績	後測成績
實驗組	13	4.45 (1.05)	6.2 (2.15)
控制組	13	4.45 (1.19)	4.15 (1.05)

括號內的數為標準差

表 4-6 實驗組與控制組指認單位概念前測與後測共變數分析摘要表

變異來源	離均差平均和	自由度	均方	F值
組間	38.03	1	38.03	14.10*
組內	99.77	37	2.7	
全體	1195	38		

*P <.05

(3)分數運算概念

由表 4-7 顯示，實驗組接受動態評量系統介入後，其分數運算概念成績由 3 增加到 4，而控制組也由 2.65 變成 2.67，雖然實驗組前測成績較控制組佳，但由表 4-8 顯示，在排除前測影響之後，兩組學生在分數運算後測表現達顯著差異（ $F = 15.46, P < .05$ ），因此，接受動態評量介入的實驗組學生，對其在分數運算概念方面的表現有明顯助益，由圖 4-3 中，可以明顯看出實驗組與控制組在分數運算概念皆有提升。

表 4-7 實驗組與控制組分數運算概念之前測與後測描述統計

	題數	前測成績	後測成績
實驗組	8	3 (0.91)	4 (1.41)
控制組	8	2.7 (0.92)	2.65 (0.67)

括號內的數為標準差

表 4-8 實驗組與控制組單位分數概念前測與後測共變數分析摘要表

變異來源	離均差平均和	自由度	均方	F 值
組間	18.78	1	18.78	15.46*
組內	44.93	37	1.21	
全體	497	38		

(三)訪談摘要

為了解受試者其概念改變的原因，研究者對接受動態評量受試者概念改變者做訪談，訪談摘要如下，：

(等分概念)

T：(出示該受試者前測測驗試卷)，你上次為什麼會選擇這個答案【第1題】？

S1：之前我看到這個圖，分成5份，就以為是 $\frac{1}{5}$

T：現在呢？

S1：這樣說不對！因為不公平！

T：為什麼你會有這種想法？

S1：你的提示有講啊！

T：哪個提示？（拿出和提示相關的圖片）

S1：這個提示有說「這樣分有公平嗎？」！

T：你說得很好。那你發現不公平，你會怎麼做？

S1：讓大家都一樣就好了。

T：所以你就.....

S1：我把圖形都切成一樣，那這一塊就是 $\frac{1}{8}$ 。

分析：

受試者原本認為分數的分母即是切割份數（不管每一份是否相等），經過給予文字提示後，產生認知衝突，而改變了原有的想法

.....
(指認單位量)

T：（出示該受試者前測測驗試卷），你上次為什麼會選擇這個答案
【第23題】？

S1：因為我看到 $\frac{2}{4}$ 個，就以爲2塊！

T：那現在呢？

S1：要畫4塊才對！

T：你怎麼算的？

S1：我把全部分成4份，取2份，所以是4塊！

T：為什麼你現在會這麼想？哪個提示告訴你的？

T：哪個提示？（拿出和提示相關的圖片）

S1：提示二

T：提示二有什麼？

S1：按（輸入） $\frac{1}{4}$ 時，就看到1份，有2個，按2就有4個……

T：所以 $\frac{2}{4}$ 個是不是就是2塊？

S1：不是

T：那和什麼會有關係？

S1：和全部幾個有關係。

T：如果說切越多塊， $\frac{2}{4}$ 個就會越多塊還是越少塊？

S1：當然越多了！

分析：

該受試者，在指認單位量方面，受分子影響，不管單位量多寡，認為 $\frac{2}{4}$ 個就是2塊的意思，在接受動態評量介入過程中，提示二的圖形表徵，給予思考上的極大的協助，這些提示，協助受試者澄清分數和其舊有的整數概念並沒有太大的相關性，單位分數所指示的量和整體單位量是有絕對的關係。

從受試者在各項概念的前後測成績、與控制組的成績比較及上述的訪談資料綜合研判，本提示系統以符號和圖形即時產生連結，所呈現豐富的表徵不僅加深學生的印象，使受試者產生認知衝突，並進一步澄清學生錯誤概念。因此，實驗組實施動態評量提示系統介入後，有助於提升其分數概念。

二、動態評量之區辨效果分析

本研究從兩方面檢驗研究者之動態評量提示系統其區辨效益，首先檢驗本系統是否能有效區辨不同程度受試者其分數概念上的差異，其次再和靜態評量（分數概念前測）做比較，檢驗本提示系統是否能較靜態評量區辨出不同程度受試者其分數概念的差異性，以驗證本動態評量之精確性。

(一)動態評量之區辨有效性

茲將不同程度受試者皆動態評量系統所得平均分數做變異數分析整理如下，見表4-9

表 4-9 不同程度受試者接受動態評量提示系統成績比較結果

組別	個數	平均分數	標準差	事後比較		
				高	中	低
高程度	10	49.9	4.76	---	*	*
中程度	10	40.8	4.23	*	---	*
低程度	20	35.9	6.11	*	*	---

F= 22.36 P<.05

由表 4-9 的變異數分析中可知，不同程度受試者在動態評量平均分數差異達顯著水準（F= 22.36），事後比較，組間配對比較差異亦達顯著。分數越高表示所需提示量越少，高程度所需要提示量最少，中程度次之，低程度者最多，顯示本動態評量能有效區辨出不同程度的受試者。

(二)動態評量區辨精確性

本研究從另一層面來檢驗本動態評量提示系統之區辨力，研究者從各個概念診斷測驗分數相同者，觀察其動態評量的所需提示量的差異，亦即將分數概念診斷三種概念前測分數與動態評量三種概念所得分數做比較，藉以驗證本提示系統之精確性。由表 4-10、表 4-11、表 4-12 中顯示，在靜態評量診斷測驗分數相近的受試者，在動態評量中所需的提示量可能會有差異。

表 4-10 等分概念之診斷測驗分數與動態評量分數分析表

分數概念 診斷測驗 分數 (7)	1	2	3	4	5	6
動態評量 分數 (16)	5 7 【2】 9 【2】 11	6 8 【2】 13 【2】 10 【3】	11 14 15	11 13 14		
人數總計	6	8	3	3		

() 內數值代表總分 【】 內數值代表人數

表 4-11 指認單位量概念之診斷測驗分數與動態評量分數分析表

分數概念 診斷測驗分數 (13)	1	2	3	4	5	6
動態評量分數 (20)	6	7 10 14	13 14 11	10 12 13	12 【2】 13 【3】 14 15 16	15 18
人數總計	1	3	3	3	8	2

() 內數值代表總分 **【】** 內數值代表人數

表 4-12 分數運算概念之診斷測驗分數與動態評量分數分析表

分數概念 診斷測驗分數 (8)	1	2	3	4	5	6
動態評量分數 (20)	9 10	12 11	10 【2】 11 12 14 15 【2】	11 13 14 15 【3】	16 17 18	
人數總計	2	2	7	6	3	

() 內數值代表總分 **【】** 內數值代表人數

註：動態評量提示系統分數越低，表示所需提示量越多

表 4-13 分數概念前測分數與動態評量分數及分數概念後測分數比較表

受試者	診斷概念	診斷測驗分數 (前測)	動態評量分數	診斷測驗分數 (後測)
A3	等分概念	2	6	3
A6		2	10	5
A5	指認單位量	5	12	5
A7		5	14	7
A8	分數運算概念	3	14	3
A6		3	15	5

在表 4-13 中，編號 3 號及 6 號受試者，雖然在診斷概念前測的等分概念部份中同樣獲得 2 分，他們在動態評量等分概念部份，則分別獲得 6 分及 10 分，而在診斷概念後測的等分概念則分別獲得 3 分及 5 分。編號 5 號及 7 號受試者在診斷測驗前測的指認單位量部份同樣為 5 分，他們在動態評量指認單位量部份則獲得 12 分及 14 分，而在後測時則分別為 5 分及 7 分。編號 8 號及 2 號受試者在分數運算前測同為 3 分，在動態評量分數運算部份獲 14 及 15 分，而在後測時則分別得 3 分及 5 分。從以上案例中，雖然在前測表現相同，但經由動態評量細步化的提示，讓受試者依能力不同而給予不同的提示量，藉以區分出其概念上之差異，同時受試者在獲得提示後，亦修正了先前的錯誤概念，受試者能力不同，其獲益程度亦不同，由此可驗證採用動態評量方式較能精確區辨出受試者能力差異。

綜合以上動態評量區辨有效性及精確性之分析，因此本研究動態評量提示系統具有良好的區辨效益。

二、結果與建議

經由實驗研究結果，將所收集的資料透過統計分析與討論後，本研究獲得以下結論：

(一)在協助效益方面：

1. 實驗組經動態評量介入後，其分數概念後測成績高於前測。
2. 實驗組經動態評量介入後，其分數概念後測成績高於控制組之後測成績。

3. 實驗組經動態評量介入後，在分數三項概念成績皆有提升，而且後測成績和控制組有顯著差異。

(二)在區辨效益方面：

1. 動態評量提示系統能有效區辨不同程度受試者在分數概念的差異，程度越高者，所需提示量越少，中程度者次之，低程度者最多。
2. 動態評量提供的附加提示比靜態紙筆測驗較能準確區辨受試者程度差異，由於提示的細步化，可以更細密的檢視受試者分數概念差異。

根據本研究發現與結果，提出下列幾點在教學上的建議：

1. 在分數概念方面

- (1) 在進行分割活動時，教師應學生機會確認分割後的結果是否相等，以免形成錯誤概念。
- (2) 在進行分數的教學時，教師應呈現更多元的表徵，在這些表徵間建立同構後，以利分數概念的學習。
- (3) 教師應多鼓勵學生以表徵方式來讓抽象的分數意義化，使教師藉由這些表徵來了解學生概念的學習情形。
- (4) 單位量的指認對分數概念的影響甚鉅，無法正確指認單位量，會讓學生在分數的學習變為毫無意義。因此，在分數教學上，宜從學生熟悉的情境出發，兼顧離散量與連續量，在賦予分數意義的同時亦應避免『部份』因脫離『全體』，而讓學生忽略了整體的單位。

2. 在動態評量應用於教學上：

- (1) 在電腦上呈現的動態圖形，將符號表徵與圖形表徵連結，相較於傳統呈現於黑板的靜態圖片更豐富、多元亦更容易加深學印象，不僅可應用於補救教學，對於較抽象的概念可以做具體的呈現，相信有助於學生的學習。
- (2) 現行「九年一貫課程」鼓勵教師揚棄過去單一靜態評量，採用多元評量，給學生有更多元的學習機會，將結合電腦軟體的動態評量系統，不僅可以引起學生興趣，因為有提示及學習的機會，亦可減輕學生壓力，使學生在評量中亦同時進行學習，因此值得推廣。

參考文獻

一、中文部份

- 呂玉琴(1991a)：國小學生的分數概念： $1/2V.S.2/4$ 。國民教育，31(11,12)，10-15。
- 呂玉琴(1991b)：分數概念：文獻探討。台北師院學報，4，575-603。
- 李端明(1997)：分數詞之解題活動類型：一個四年級兒童之個案研究。國立嘉義師範學院初等教育研究所碩士論文未出版。
- 周筱亭(1995)：數學新課程的趨勢。國民小學新課程標準的精神與特色。(頁107-135)。臺北：臺灣省國民學校教師研習會。
- 林碧珍(1987)：數學教師應有的認識，國教世紀，33，頁45-63。
- 林碧珍(1990)：從圖形表徵與福好表徵的轉換探討國小學生的分數概念。台灣省新竹師院學報，4，295-347
- 林福來、黃敏晃(1993)：分數啓蒙課程的分析、批判與辯證。科學教育學刊，1(1)，1-27。
- 林素微(1996)：國小六年級學童數學解題彈性思考動態測量之研究。國立台南師範學院國民教育研究所碩士論文。
- 吳國銘、洪碧霞、邱上真(1995)：國小學童在動態評量中數學解題學習歷程與遷移效益之探討。測驗年刊，42，61-84。
- 陳淑敏(1995)：Vygotsky「最近發展區」概念內涵的探討。屏東師院學報第8卷，503-526。
- 甯自強(1993)：分數的啓蒙~量的子分割活動的引入~。教師之友，34(3)，45-51.
- 楊壬孝(1998)：國中小學生分數概念的發展。行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告。
- 孫扶志(1995)：認知解題策略對國小數學低成就學童文字題解題能力之實驗研究。測驗統計年刊，4，71-124。
- 歐瑞賢(1997)：國小學生比例推理能力動態評量之效益分析。國立台南師範學院國民教育研究所碩士論文。
- 謝哲仁(2000)：電子試算表在高中數學教學之可行性研究，美和技術學院學報，18，118-128。

謝哲仁(2001)：動態電腦幾何教學建構之研究，*美和技術學院學報*，**19**，199-211。

二、英文部份

Buddoff, M. (1974) . *Learning potential and educability among the educable mentally retarded* . Final Report Project No. 312312. Cambridge. MA. Research Institute for Educational Problem. Cambridge Mental Health Association.

Campione, J.C & Brown, A. L. (1985) . *Dynamic assessment : One approach and some initial data*. Technical report No.361. Nation Institute of Child Health and Human Development , Washington, DC (ERIC Document Reproduction Service No. ED 26973)

Carlson, S., & Wiedle, K. H. (1978) . Use of testing - the limits procedure in the assessment of intellectual capability in children with learning difficulty. *American Journal of Deficiency*,82,pp 559-564.

Feuerstein, R.(1979).The dynamic assessment of retarded performers : *The learning potential assessment device , theory, instrument, and techniques*. Baltimore, MP : Universits Park .

Figueras , O. (1989) .*Two different Views of fractions : Fractionating and Operating*. The 13th International Conference for the psychology of Mathematics Education.

Figueras , O., Filloy, E.& Volderuoros, M,(1987). *Some difficulties which obscure the Appropriation of the Fraction concept*. The 11th International Conference for the psychology of Mathematics Education.

Figueras, O.,Filloy, E.& Volderuoros, M (1985) .*The Development of Spatial Imagination Ability and Contextualization Strategies : Model Based on the Teaching of Fractions*. The Ninth International Conference for the psychology of Mathematics Education.

Hunting, R. P.(1986). Rachel' s schemes for constructing fraction knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 17, 49-66.

Jecks P. (1981) .Conceptual issues in the teaching and learning of fractions. *Journal Research of Mathematics Education* 339-348

Janvier,C (1987) .*Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. Hillsdale NJ: Lawrence Erlbaum.

- Kerslake, D. (1986) . Fractions : *Children' s Strategies and Error*. N.F.E.R
- Larry, W. E. & Joseph, N. P. (1987) .A teaching sequence from initial fraction concepts through the addition of unlike fraction .In M. Suydam (Ed.) , *Development computational skills*. The 1978 Yearbook of N.C.T.M. (pp.129-147) .Reston VA : N.C.T.M.
- Larson, C. N. (1980) . Locating proper fractions on number lines : Effect of length and equivalence. *School Science and Mathematics*, 423-428.
- Lesh, R.,Post, T. & Behr, M. (1987) : Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed) *Problems of representation in the teaching and learning of mathmatics*,33-40. Hillsdale NJ: Lawrence Erlbaum.
- Ning,T. C.(1992).*Children' s meanings of fractional number words*. Unpublished doctoral dissertation. The University of Georgia, Athens, GA.
- Piaget, J. ,Inhelder, B.& Szeminska, A (1960). *The child' s conception of geometry* New York : Basic books.
- Vygotsky, L. S. (1978) . *Mind in society :The Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge , MA : Harvard University Press.

Diagnostic and Remedial Instruction for Fifth-grader's Fraction Concepts

Yen-Hung Ling¹ Che-jen Hsieh²

¹Hsin-Hsing Elementary School ²Mei-Ho Institute of Technology

Abstract

The purposes of this study are: (1) to develop the elementary school dynamic fraction concepts assessment (DFCA) (2) to apply the dynamic fraction concepts assessment to mathematics diagnostic and remedial instruction. The research subjects are selected from the fifth graders of an elementary school in the Tainan county, via a fraction concept paper-and-pencil test, to select subjects who are identified as lower level achievers.

In order to test the discriminative validity of DFCA, according to the scores of fraction concept test, students were stratified into high-score, medium-score and low-score accept DFCA . The major results was summarized the followings:

1. The DFCA could effectively differentiate the differences both on learning ability and transfer ability among various achieving levels of subjects .
2. The DFCA had better performance on differentiation for individual differences than the static assessment had.
3. The gainers' fraction concepts had been transformed gradually by the graduated prompting system of DFCA

Key words: fraction learning, dynamic assessment