電算器教學活動對小數學習的影響

劉祥通[1]　吳美蓉[2]　翁宜青[3]

[1] 嘉義大學數學教育研究所　[2,3] 嘉義大學國民教育研究所

（投稿日期：90 年 11 月 22 日；修正日期：91 年 1 月 3 日、2 月 27 日；
接受日期：91 年 3 月 5 日）

摘要

本研究探討一位具有小數比較大小之整數規則迷思概念的國小六年級學童，在透過電算器教學活動後的迷思概念改善情形為何，以瞭解電算器教學活動是否能促進學童小數比較大小概念的發展。研究方法是採半結構式晤談法，訪談的對象是一位國小六年級的學生。教學方法是採 0.01 的累加與歸零的電算器教學活動。研究結果是電算器教學活動確實能對學童的小數比較大小之整數規則迷思概念提供助益。

關鍵詞：電算器教學、小數概念、整數規則迷思概念

壹、緒論

在新課程中，小數的教材從三年級就開始引入。在三年級的課程中是教導一位小數的認識、化聚、進位、位值與數線；在四年級的課程中是教導二位小數的認識、化聚、進位、位值、數線，以及小數與分數(分母爲十、一百、一千)的雙向連結；而五年級的課程中已經教導三位小數的認識、化聚、進位與位值(教育部,1993)。因此國小六年級的學生在透過上述許多小數概念的了解之後，理論上應該可以正確比較出小數的大小。但是，國內有許多研究指出國內國小六年級的學生仍存有小數比較大小的迷思概念(吳昭容,1996；杜建台,1996；陳永峰,1998)。Resnick, Nesher, Leonard, Magone, Omanson & Peled(1989)也認爲學生在進行小數比較大小時可能會出現整數規則、分數規則或零規則等三種的迷思概念。而本文限於篇幅，只針對具有整數規則迷思概念的個案進行探討與分析。

隨著社會的進步、經濟的成長，許多的科技產品在我們的日常生活中扮演著舉足輕重的角色，如電算器、電腦就是一例。電算器可以幫助學生促進數學概念的了解(劉祥通,1994；van den Brink,1988；Wheatley & Shumway,1992)。因此，本研究嘗試將電算器應用於小數比較大小的整數規則迷思概念的矯正上，看看電算器是否能促進學童小數比較大小的概念發展。

貳、文獻探討

根據上述的相關問題，文獻探討的部分只放一、整數層面的小數意義與迷思概念，二、電算器有助於了解數學概念的電算器實徵性研究。

一、小數的結構知識與迷思概念

要理解小數的意義，可從兩個層面著手：一是分數層面的「部分與全體」意義，二是整數層面的多單位記數系統和位值概念(邱顯暘，1998；劉曼麗，1996；1998)。但是將小數知識分別與整數知識和分數知識作一比較，結果發現小數知識分別與整數知識和分數知識有相似之處，但是也有相異之處(Resnick, Nesher, Leonard, Magone, Omanson & Peled, 1989)。而 Nesher 和 Peled (1986)指出學生的錯誤似乎來自於學生的先備知識…整數知識與分數知識，可能在類推時忽略了其相異之處。

基於上述的觀點，小數的結構知識是從分數和整數而來，而小數的迷思概念也是

從分數和整數而來，因此，以下將分別從分數和整數兩個層面來探討小數的意義與比較大小之迷思概念。

(一) 分數層面的小數意義與迷思概念

分數的意義可從子分割及合成活動來了解。將一個整體等分之後，再集聚其中一部份的量，分數是用來表示或記錄此部分與全體的關係。而有限小數可以看成是分數的「部分-全體」概念中特別的一環，就以一位純小數來說，0.1 實際上是表示將「一」十等分後，以十份爲單位的一份的部分，也就是十分之一，因此，當整體被等分成十等分、百等分、千等分…等等「10」的冪數等分時，此時的分數就有另外特殊的記法，例如 1/10 可記成 0.1，3/10 可記成 0.3，1/100 可記成 0.01，3/100 可記成 0.03，也就是說一位小數是記錄十分之幾的分量(0.a=a/10)，二位小數是記錄百分之幾的分量(0.ab = ab/100)，以此類推，此類記法就成爲小數記法(邱顯場,1998；劉曼麗 1996,1998)。

劉曼麗(1996)提出如果從分數的角度切入，可以了解有限小數是由「十等分」分割產生的，例如百分之一的分量可從十分之一的分量再分割十等分產生的，而千分之一的分量可從百分之一的分量再分割十等分產生…，因此，十等分的活動可任意無限制繼續下去，而此無限制被分割的觀念正可以用來說明小數稠密性的性質，亦即任一兩個小數之間有無限多個小數存在。

可是，相對地，從分數的角度切入來瞭解小數的意義，會形成因分數而產生的迷思概念。Sackur-Grisvard 和 Leonard(1985)以法國國小四、五、六、七年級學生爲樣本，調查學生在小數大小比較上，發現學生有一種錯誤類型是：當整數部分相同時，小數點後面的位數越多的，其值會越小。例如：1.35 比 1.2 小，是因爲 1.35 的小數點後面有 2 位小數，而 1.2 只有一位小數。Resnick 等人(1989)將此錯誤類型稱爲分數規則，並且對分數規則做進一步的解釋，這是因爲這些已經學過分數的學生，將會應用分數之所切割的份數之大小與數目的觀念，到小數所代表的指示物上。例如，如果學生已學過分數符號所代表的意義，則千分之一是比百分之一所代表的份數還小時，而推論出三位小數所代表的數值會比二位小數還小。

而邱顯場(1998)也對分數規則做了解釋，可能是因爲學生在學習小數時與分數搞亂了。例如，0.001 的 1 唸成千分位，0.01 的 1 唸成百分位，他認爲在學生的認知中，百分位小於十分位，千分位小於百分位，因此在排列 0.606、0.66 與 0.6 大小順序時，會選 0.6 最大，0.66 次之而 0.606 最小。這一點的發現與 Resnick 等人(1989)的看法一

致。儘管他們的解釋有些許不同，Resnick 等人(1989)是認爲學生知道千分之一是比百分之一所代表的份數還小。

(二) 整數層面的小數意義與迷思概念

由整數記數系統的延伸，小數的記數系統也承襲了十進構造和記數規則，採用 0~9 十個數字，配合位值概念，記錄小數(劉曼麗,1998)。如此承襲的結果使得小數與整數的記數系統有一些相似之處，Resnick 等人(1989)提到這些相似之處有下列幾點：

1. 位值都是由左邊到右邊遞減。
2. 左邊的數字是右邊的 10 倍。
3. 「0」表示沒有，但有位值的意義，而且以整數來說，一個數最左邊增加「0」，其值不變；而小數方面，則在最右邊增加一個「0」，其值也不變。

然而，承襲整數記數系統的位值概念和多單位系統來瞭解小數的意義，也會形成因整數而產生的迷思概念。關於這個論點，Hiebert and Wearne(1983)有提出兩點佐證：

1. 學生完全地擴展整數知識到小數知識上去，例如，學生會認爲某個小數的十倍即是在這個小數的最後加上一個「0」。
2. 學生在小數大小的判斷上有困難，例如 1.3 和 1.295 的大小比較。許多學生認爲 1.295 大於 1.3 是因爲他們忽視小數點的存在，而把小數當作整數來處理。

對於上述 Hiebert and Wearne 所提出的第二點，Sackur- Grisvard and Leonard(1985)的研究中也有發現學生在比較小數時，常把小數點後面的數當作整數來比較，例如，3.8 比 3.214 小，是因爲 8 小於 214。Resnick 等人(1989)將此錯誤類型稱之爲整數規則，亦即，在比較小數知識與整數知識時，當新的小數概念內嵌(embedded)於以位值爲主要特色的整數概念時，對學生而言會產生一種暗示，亦即小數系統和整數系統是相同的，可以忽視了小數和整數知識兩者之間的差異，也因爲學生無法了解小數點右邊數字的含意，因此會將小數點右邊的數看成整數(邱顯場,1998)。

Sackur-Grisvard and Leonard(1985)的研究中發現學生在比較小數時，還會產生一種錯誤類型，亦即小數點後面有十分位是 0 的就比較小，如果都沒有 0 就用整數規則，如果都有 0 就用分數規則。例如，當比較 3.214、3.09 和 3.8 三個小數的大小時，因爲 3.09 的十分位是 0，所以 3.09 最小，其次，因爲 3.8 的 8 小於 3.214 的 214，所以 3.8 小於 3.214，使得最後的結果是 3.09 小於 3.8 又小於 3.214。Resnick 等人(1989)將此稱

之爲零規則，且認爲零規則是整數規則的特例。因爲他們意識到 0 是具有空位的功能，但是卻誤認爲 0 所代表的是非常小甚至到沒有，這些位値結構尚未發展完全的學生有可能會產生此錯誤的規則，而以爲只要小數點右邊有 0 的小數就是最小的。其實，邱顯塲(1998)提到在比較小數大小時，可以利用位値系統來做比較，但是，如果學生不了解位値概念，那麼不僅學生在小數的比較上會有困難，在小數計算上也會有問題產生困難。

二、電算器有助於了解數學概念的實徵性研究

電算器可以幫助學生處理日常生活中需要冗長的計算(Manly,1997;NCTM, 1989)，讓學生將注意力集中於解題的過程(劉祥通,1994；NCTM,1989;School Science and Mathematics Association, 1996)，幫助學生對於數學概念的了解(劉祥通，1994；van den Brink, 1988;Wheatley & Shumway,1992)，或是幫助學生發現類型(劉祥通,1994；Manly,1997)。而本文旨在探究電算器教學活動對小數概念學習的幫助，主要是探討電算器對小數比較大小概念學習的成效，所以在此只呈現電算器有助於了解小數比較大小概念的部分。

在有了電算器之後，可以不必透過冗長的計算而獲得重要的數學原則(Manly, 1997)。Beardslee(1978)指出以數數而言，因爲電算器可以呈現數字，如此，學生不需要寫下來這些數字，但是卻可以在很短的時間內經驗到很多的數。學者們紛紛提到可以利用電算器作爲工具，幫助學生對於數學觀念的了解(周筱亭,1990；劉祥通,1994；van den Brink, 1988; Wheatley & Shumway, 1992)。以位値（place-value）的觀念爲例，例如，若要將電算器上的三位數 178 中的 7 以 0 代替，那麼要將 178 減去多少？學生必須要認知 178 中的 7 代表 70 而非 7，因此要將 178 減去 70 才會使得 178 中的 7 以 0 代替(Wheatley, Shumway, Coburn, Reys, Schoen, Wheatley & White,1994）。

又以倍數概念爲例，NCTM(1989)指出在電算器上鍵入「＋、2、＝、＝、…」，在鍵入「＝」鍵 50 次之後，電算器的螢幕上會顯示 100，但是在鍵入「＋、3、＝、＝、…」之後，電算器的螢幕上，卻始終無法顯示 100。對於中下程度的學生而言，透過這樣的具體操作活動可以讓學生經驗到 100 是 2 的倍數，但不是 3 的倍數。

參、研究方法

一、研究參與者

本研究的研究參與者小涵，她是個個性很內向，很少和同學互動，她的數學成績，在班上 38 名學生中，排名約在第 26 名，屬於中下程度。小涵是從吳美蓉（2000）的研究中選出具有整數規則迷思概念的一位個案，她是一位具有小數比較大小之「整數規則」迷思概念的六年級學童，例如：

A089 師：0.6 和 0.45 哪一個比較大？

A090 生：0.45。

A091 師：你是怎麼判斷？

A092 生：因爲它有兩位數。

A093 師：0.21 和 0.3 哪一個比較大？

A094 生：0.21。

A095 師：你是怎麼判斷？

A096 生：因爲它有兩位數。

A097 師：0.10 和 0.1 一個比較大？

A098 生：0.10

A099 師：你是怎麼判斷？

A100 生：它有兩位數就會比較大

從以上二個問題的師生對話，可以發現小涵認爲有兩位數的會比較大，以整數的法則來判斷小數的大小，棄小數點不顧，所以研究者推斷論小涵是整數規則的迷思概念的個案。

二、資料收集

(一) 研究者

在質的研究中，研究者即是工具(The research is the instrument)(Guba & Lincoln,1981)。黃瑞琴（1991）認爲這是因爲研究者在實施質的研究時，必須廣泛地運用他們自己的經驗、想像、智慧、和情感，以發現與資料呈現之類型相似的經驗。此外，Patton（1990）也認爲質的資料之信度與效度大多取決於研究者的方法論技巧、

敏感度和誠實。

綜合上述可知，研究者本身的經驗、敏感度、以及方法論技巧影響了工具的信度與效度。而本研究之研究者是教學者也是訪談者，在訪談的過程裡，研究者除了錄音並做觀察紀錄外，亦會運用研究者的方法論技巧來收集資料。研究者的方法論技巧即是在訪談的過程中，研究者會交叉檢核（cross checks）小涵的談話，亦即以不同的方式重複地問小涵相似的問題，藉以檢核小涵在不同時間談到相同話題時，其談話內容的一致性，以提高來源的信度。就以整數規則的迷思概念爲例，若提問 0.6 和 0.45 哪一個比較大？若小涵回答 0.45 比較大，不能據此斷定小涵有整數法則的迷思概念，有可能小涵是誤將 0.6 看成 0.06！因此有必要交叉檢驗學生的回答，以相似的例子重複問相同的小數概念，例如，再提問 0.5 和 0.25 哪一個比較大？

(二) 訪談導引

本研究是運用半結構式晤談法(semi-structured interview)進行訪談，而訪談是依訪談導引進行。訪談導引（interview guide）是一系列用來在訪談進行中探索的問題，是作爲訪談進行期間的清單，以確信與研究問題相關的主題都有被含括在內，在實際訪談時，可以因應特定的研究對象調整問題的順序（Patton, 1990；黃瑞琴,1991）。而本研究的訪談導引是小數比較大小的訪談導引。小數比較大小的訪談導引，用於電算器教學過程中引導學生矯正小數比較大小之整數規則迷思概念，以及探求電算器教學兩個星期後之教學效果。

根據 Resnick 等人（1989）所謂的小數比較大小的整數規則迷思概念，本研究設計符應此種迷思概念的訪談導引：

例 1：0.6 和 0.45 哪一個比較大？（純小數）

例 2：1.14 和 1.8 哪一個比較大？（帶小數）

例 3：0.10 和 0.1 哪一個比較大？（等值小數）

三、電算器教學活動

(一) 運用 0.01 的歸零活動認識「等值小數」

因爲使用電算器解等值小數問題時，無法以 0.01 的累加活動來進行（因爲累加 10 個 0.01 時，電算器的螢幕無法顯示 0.10），因此，需教導小涵進行 0.01 的歸零活動。例如：比較 0.10 和 0.1 的大小時，先讓小涵在電算器按下 0.10，電算器的螢幕會出現 0.10，然後，在讓小涵依序鍵入「－、0.01、＝…」，當「＝」鍵鍵入 10 次之後，0.10

會變成 0，藉由連續減 10 次的 0.01，讓學生知道 0.10 有 10 個 0.01。同樣地，可以先讓小涵在電算器按下 0.1，電算器的螢幕會出現 0.1，然後，在讓小涵依序鍵入「－、0.01、＝…」，當「＝」鍵鍵入 10 次之後，0.1 會變成 0，藉由連續減 10 次的 0.01，讓學生知道 0.1 有 10 個 0.01。如此一來，學生便會發現 0.10 和 0.1 是一樣大的。

(二) 運用 0.01 的累加活動建立「單位量」的概念

研究者讓小涵依序鍵入「0.01、＋、0.01、＝…」的方式，藉由鍵入的「＝」鍵次數代表 0.01 累加的個數，來建立單位量的概念，進而以單位量的個數比較小數的大小。例如：比較 0.2 和 0.13 的大小時，小涵經驗到要鍵入 19 次的「＝」鍵，亦即 20 個 0.01，才會產生 0.2，但是在鍵入 12 次的「＝」鍵，亦即 13 個 0.01 之後就會產生 0.13，所以可以正確判斷出 0.2 大於 0.13。

在本研究中，研究者只進行一次的電算器教學，而進行電算器教學訪談的時間，是持續到研究者認爲小涵能正確判斷小數之大小時，即退出電算器活動，期間約 3 小時，並且在二週後進行教學後效果的檢視。

四、資料分析

本研究的資料來源，主要是錄音帶中所呈現的小涵解題資料與研究者現場所作的觀察紀錄。研究者在將錄音帶的資料全部轉成逐字稿的同時，會依日期的先後次序將逐字稿的內容以阿拉伯數字編碼，最後，再進行原案分析（protocol analysis）。資料的分析並非全部收集完成後才進行，而是在資料蒐集的過程就不斷的進行分析 (Erickson, 1986; Lincoln & Guba, 1985)。因此，研究者在資料蒐集過程中，即進行資料的分析。而資料的分析是採持續比較法(constant comparison)，以考驗學生對概念理解的穩定性。

肆、研究結果

小涵的迷思概念是屬於整數規則，此即 Resnick(1989)所提及的整數規則迷思概念。茲將小涵在教學過程與教學後整數規則迷思概念改變的情形，分述如下：(「師」：代表研究者，「生」：代表小涵）

一、電算器教學過程

(一) 透過 0.01 的歸零活動認識等值小數(0.10＝0.1)

A101 師：你覺得 0.10 和 0.1 一樣嗎？

A102 生：不一樣。

A103 師：爲什麼？

A104 生：因爲 0.10 的小數點後面是 10，0.1 的小數點後面是 1。

A105 師：好，那我們現在用電算器試試看它們到底一不一樣！請你在電算器上按「0.10、－、0.01－…..數數看，要減幾個 0.01 才會等於 0」，然後一樣的，在電算器上「按 0.1、－、0.01、－...數數看，要減幾個 0.01 才會等於 0」。

A106 生：[生依序在電算器上鍵入 0.10、－、0.01、＝・・・，電算器呈現 0]， [生依序在電算器上鍵入 0.1、－、0.01、＝・・・，電算器呈現 0]，0.10 和 0.1 都是要減 10 個 0.01 才會變成 0。

A107 師：那你覺得 0.10 和 0.1 一不一樣大？

A108 生：一樣大！可是爲什麼一個 1 後面有 0，一個 1 後面沒有 0 卻一樣大，而且爲什麼大家都說 0.1 而不是說 0.10。

A109 師：因爲大家在寫 0.10 時通常不寫小數點後的數字 1 的後面的 0，習慣簡寫成 0.1，所以其實 0.10 和 0.1 是一樣的。

A110 生：原來是這樣。

A111 師：那你覺得 0.20 和 0.2 一樣嗎？

A112 生：和剛才那題一樣，應該一樣吧，等一下，我用電算器一下，[生依序在電算器上鍵入 0.20、－、0.01、＝・・・，電算器呈現 0]， [生依序在電算器上鍵入 0.2、－、0.01、＝・・・，電算器呈現 0]，0.20 和 0.2 都是要減 20 個 0.01 才會變成 0，所以它們是一樣的。

A113 師：那麼你如果不要用電算器，猜猜看 0.40 和 0.4 誰大？

A114 生：一樣大。

A115 師：爲什麼?

A116 生：因爲 0.40 有 40 個 0.01，0.4 也會有 40 個 0.01，所以 0.4 和 0.40 一樣大。

從 A105 中，研究者教導小涵依序在電算器上鍵入「0.10、－、0.01、＝、＝・・・」，「0.1、－、0.01、＝、＝・・・」並且要小涵數一數減幾個 0.01 才會等於 0。而從 A106 中，小涵發現 0.10 和 0.1 都是要減 10 個 0.01 才會變成 0。小涵在 A108 中提出疑問「一個 1 後面有 0，一個 1 後面沒有 0 卻一樣大？」在老師解釋之後，發現一般人習慣將

小數點後的數字的後面的 0 不寫，進而了解一般人的書寫習慣。研究者從 A112 、A116 不斷的交叉檢定，確知小涵已建立「等值小數」的概念，所以退出電算器活動。

(二) 透過 0.01 的累加活動教導「單位量」概念

A117 師：0.1 有幾個 0.01？你可以用電算器算算看，請你在電算器上按「0.01、＋、0.01、＝、＝…..數數看，要加幾個 0.01 才會出現 0.1」

A118 生：……. [生開始在電算器上鍵入 0.01、＋、0.01、…….＝0.1]，10 個。

A119 師：那你覺得 0.1 等於 0.10 嗎？

A120 生：應該一樣吧！剛才做過 0.10 和 0.1 的歸零活動，0.10 和 0.1 都要減 10 個 0.01 才等於 0，所以應該一樣大。那爲什麼電算器加 10 個 0.01 沒有出現 0.10？

A121 師：那是因爲電算器有它的限制，它無法顯示 0.10，只能顯示 0.1，但你們從剛才做的 0.10 和 0.1 的歸零活動，可以發現 0.10 等於 0.1！這樣了解嗎？

A122 生：了解了！

A123 師：好，那 0.34 有幾個 0.01？你可以用電算器算算看，請你在電算器上按「0.01、＋、0.01、＝、＝…..數數看，要加幾個 0.01 才會出現 0.34」

A124 生：……. [生開始在電算器上鍵入 0.01、＋、0.01、…….＝0.34]，34 個。

A125 師：那 0.42 有幾個 0.01？

A126 生：……. [生開始在電算器上鍵入 0.01、＋、0.01、…….＝0.42]，42 個！

研究者希望透過 A117 到 A118 的 0.01 的累加活動，讓小涵發覺 0.1 是鍵入 10 個 0.01。在 A119 中，老師引導學生注意 0.1 與 0.10 是否相等？學生因有之前 0.10 和 0.1 歸零活動的經驗，所以認爲 0.10 和 0.1 一樣大。但在 A120 中，學生提出電算器加 10 個 0.01 沒有出現 0.10，老師說明是因爲電算器有它的限制，它無法顯示 0.10，只能顯示 0.1。A123 到 A126 中研究者重複問類似的問題，發現學生皆能透過數算電算器上所按的 0.01 個數，因此，研究者認爲小涵已能建立「單位量」概念，所以退出電算器活動。

(三) 透過 0.01 的累加活動比較小數的大小（限於篇幅只呈現純小數的例子）

A127 師：0.37 和 0.46 誰比較大? 你可以用電算器用 0.01 加加看，看你要加幾個 0.01 才會變成 0.37 和 0.46？

A128 生：等一下，0.37 有….. [生依序在電算器上鍵入 0.01、＋、0.01、＝、
＝、‧‧‧]..37 個，0.46 有…….. [生依序在電算器上鍵入 0.01、＋、0.01、
＝、＝、…..螢幕上出現 0.46]..46 個，0.46 大，對不對？

A129 師：你怎麼知道的?

A130 生：因爲 0.37 有 37 個 0.01，0.46 有 46 個 0.01，所以 0.46 大。

A131 師：那你不用電算器可不可以求出 0.64 和 0.58 誰比較大?

A132 生：可以…..（想了一下）..0.64。

A133 師：爲什麼?

A134 生：0.64 有 64 個 0.01，0.58 只有 58 個 0.01，所以 0.64 大。

A135 師：好，我問你 0.21 和 0.3 誰比較大呢？

A136 生：[生依序在電算器上鍵入 0.01、十、0.01、＝、＝、‧‧‧電算器上呈現
0.21]，21 個，[生依序在電算器上鍵入 0.01、十、0.01、＝、＝、….，
電算器上呈現 0.3]，30 個，0.3 大。

A137 師：爲什麼?

A138 生：因爲 0.21 有 21 個 0.01，0.3 有 30 個 0.01 。

A139 師：那你不用電算器，可不可以告訴我 0.32 和 0.4 誰比較大?

A140 生： 可以…..（停了約 10 秒）..0.4。

A141 師：爲什麼?

A142 生：因爲 0.4 就是 0.40，會有 40 個 0.01，0.32 只有 32 個 0.01，所以 0.4 大。

從 A127 到 A130 中，小涵透過電算器 0.01 的累加知道 0.46 比 0.37 大，並且在 A134 中，小涵不用電算器，能解釋 0.64 有 64 個 0.01，0.58 只有 58 個 0.01，所以 0.64 大。從這個例子中發現小涵似乎能從累加 0.01 的活動中比較出小數的大小。因此，我們進一步在 A135 中，以不同的例子進行交叉檢驗。在 A136 中，小涵透過電算器 0.01 的累加，發現 0.3 比 0.21 大。而在 A142 中，小涵不用電算器，能解釋 0.4 就是 0.40，會有 40 個 0.01，0.32 只有 32 個 0.01 ，所以 0.4 大，這可能是因爲之前 A101 到 A116 運用電算器進行 0.01 的歸零活動所建立的「等值小數」概念。因此，研究者認爲，利用電算器進行 0.01 的累加與歸零活動，已可以幫助小涵比較純小數的大小。

二、電算器教學後

A437 師：0.12 和 0.3 誰比較大？

A438 生：0.3。

A439 師：爲什麼 0.3 比較大？

A440 生：因爲 0.3 有 30 個 0.01，0.12 有 12 個 0.01。

A441 師：0.26 和 0.4 誰比較大？

A442 生：0.4。

A443 師：那 1.56 和 1.7 誰比較大？

A444 生：1.7。

A445 師：爲什麼 1.7 比較大？

A446 生：1 跟 1 都一樣，我們就不要看 1，就 0.56 和 0.7 比就好了呀。0.56 有 56 個 0.01，0.7 有 70 個 0.01，所以 0.7 比較大，所以 1.7 比較大。

A447 師：那 3.67 和 3.48 誰比較大？

A448 生：3.67。

A449 師：那 0.3 和 0.30 哪一個比較大？

A450 生：一樣大。

A451 師：爲什麼一樣大？

A452 生：因爲 0.3 要減 30 個 0.01 才會變成 0，0.30 也要減 30 個 0.01 才會變成 0，所以一樣大。

A453 師：那 4.3 和 4.30 哪一個比較大？

A454 生：一樣大。

在 A437 到 A442 中，小涵能正確比較出純小數之間的大小；在 A443 到 A448 中，小涵能正確比較出帶小數之間的大小；而在 A449 到 A454 中小涵能比較出等值小數之間的大小。總之，從 A437 到 A454 中，可看出小涵在經過利用電算器進行 0.01 的累加或歸零的教學活動後，已無整數規則的迷思概念，可以比較出小數的大小。

伍、結論

茲將本研究所發現的結論分成實施電算器教學活動的結果與研究者的反省加以說明。

一、實施電算器教學活動的成效

(一) 0.01 的歸零活動能促進「等值小數」概念的建立

小涵在電算器教學前在等值小數，亦具備整數規則的迷思概念，例如在 A098 中，學生認爲 0.10 比 0.1 大，而在 0.01 的歸零的電算器教學後，小涵能從累減 0.01 的數量來判斷小數的大小，例如，在 A452 中學生認爲 0.3 和 0.30 一樣大。

(二) 0.01 的累加活動能促進「單位量」概念的建立

小涵在電算器教學前在純小數、帶小數，皆具備整數規則的迷思概念，例如在 A090 中，學生認爲 0.45 比 0.6 大，A094 中學生認爲 1.34 比 1.5 大，而在累加 0.01 的電算器教學後不管是純小數、帶小數，研究者從小涵的回答中發現，她皆能以研究者預期的方式（累加 0.01）來比較大小，例如在 A438 中，學生認爲 0.12 和 0.3 中 0.3 比較大，A444 中學生認爲 1.56 和 1.7 中 1.7 比較大，也就是小涵可以透過電算器進行累加 0.01 活動，建立小數比較大小的概念。

(三) 電算器教學活動有效的可能因素。

從研究結果發現電算器教學活動對小涵的小數學習是有效的，探諸可能原因，研究者認爲主要的因素是：

研究者認爲運用電算器進行 0.01 的歸零活動中，學習者可利用電算器操作 0.10 要累減 10 次的 0.01 才會歸零，0.1 也要累減 10 次的 0.01 才會歸零，進而發現 0.10、0.1 都是由 10 個 0.01 所組成，所以 0.10 等於 0.1，建立「等值小數」的概念。那麼，在比較類似「0.12 和 0.3 誰比較大？」的問題時，學生就可以依其經驗判斷 0.3 等於 0.30 所以有 30 個 0.01，0.12 有 12 個 0.01，發現 0.3 比 0.12 大。如此的學習活動讓學生對「等值小數」的概念會有深刻的了解。而這樣的學習活動比起課室裡「教師說明、學生聽」的學習方式具體。

同樣的，學習者利用電算器操作 0.01「累加 37 次」發現 0.37 是由 37 個 0.01 所組成，0.01「累加 46 次」發現 0.46 是由 46 個 0.01 所組成，可以藉由單位量的個數進行小數大小的比較，如此的學習活動，讓學生對「單位量」會有更深刻的認識。

由研究結果可知，「單位量」、「等值小數」的概念與「小數大小比較」的能力有密切的關係，小涵透過上述的「0.01 的累加」、「0.01 的歸零」電算器活動增進了「單位量」、「等值小數」的概念，因此也矯正了她原先所存有的「整數規則」迷思概念，所以小涵在接受電算器教學後能成功的比較小數的大小。

二、研究者的反省

(一) 小涵存有小數迷思概念的可能原因

小涵在三、四、五年級已接受過小數的課程，六年級仍存有迷思概念(整數規則)，卻在接受電算器教學後獲得矯正，並在二週後有正確且周延的概念，可見學生所存有的迷思概念並非不易克服。因此，研究者認爲，很可能過去的小數教學活動不夠落實。

(二) 電算器教學活動之運用有其限制

運用電算器進行教學活動有它的限制在，例如累積 10 個 0.01 只能顯示 0.1，沒辦法顯示 0.10！還有 1÷3＝0.33333⋯.，這時學生如果用 0.33333×3 會得到 0.99999 而不是 1，因此，如果遇到除法問題會除不盡時，可能不適合運用電算器來做這些題目。因此，研究者認爲電算器不能取代傳統的教學，只能將其視爲輔助小數教學的方式之一。

陸、建議

研究者依本研究之發現，對課程方面與教學方面有幾點建議，以下說明之。

一、課程方面

(一) 將電算器融入小數比較大小之課程

電算器在數學新課程中是擺在第八冊的一個獨立單元中，而本研究證實電算器活動有助於學生小數比較大小整數規則迷思概念之改善，因此也可以將電算器融入小數比較大小之課程中，但是電算器有其限制在，因此，在融入小數比較大小之課程時應將電算器視爲協助教學的工具，並應選擇適當的時機與課程融入。而小數比較大小僅是本研究的一個例子，除了小數比較大小，電算器活動還可以融入其它的數學課程中。吳美蓉(2000)以累加活動舉二個例子加以說明：例一，將累加活動融入奇偶數的課程中，讓學生先鍵入奇數(偶數)進行 2 的累加活動時，透過「＋、2、＝、＝⋯」的鍵入，讓學生了解依序在電算器上所呈現的數字，都將是奇數(偶數)。透過這個活動可以幫助學生發現數學類型。例二，將累加活動融入整數的倍數課程中，透過「＋、某整數、＝、＝⋯」的鍵入，幫助學生了解電算器最後所呈現的整數，都是以某整數爲單位量的倍數。當然，電算器並非只是用來呈現「數值」的工具，如此對促進學生的數學概念的理解幫助有限，而其運用的其他方式有賴日後的研究者進一步探討。

(二) 以討論活動配合電算器教學

學生在「0.01 的累加」活動中，可能會發現累加 10 個 0.01 是 0.1，不是 0.10。此時教師應與學生一同討論「電算器有其限制，無法顯示 0.10，但其實 0.10 等於 0.1」，並應進一步進行「0.10 與 0.1 累減 0.01」的活動，讓學生了解 0.10 與 0.1 皆須累減 10 個 0.01 才會等於 0，因此 0.10 的確等於 0.1。而當學生對一般人都說 0.1 而非 0.10 提出質疑時，教師應與學生一同討論「教室外的人是如何紀錄的？」「為何要這樣紀錄？」如此一來，可以讓學生藉由討論達成書寫方法的共識。

二、教學方面

(一) 以交叉檢定掌握學生學習情況

教師在進行小數比較大小的佈題時，不管是對小數迷思概念有無的判斷、比較大小的法則判斷、電算器活動介入後小數迷思概念改善與否的判斷…，交叉檢驗扮演一個很重要的角色，教學者若能做交叉檢定，較能對學生的學習賦予正確之判斷。此外，藉著交叉檢定的練習，除了可以檢驗學生的學習情形以外，也可以培養教師的佈題能力。交叉檢定的功夫不是一蹴可及，教學者應該多練習，以提高交叉檢定的能力。

(二) 以電算器教學活動幫助學生克服迷思概念

檢視過去的數學課程，電算器只是提供檢驗的工具，電算器的教學仍僅限於功能操作的技能學習，並未設計電算器教學活動來幫助學生學習。因此，建議教師教學上，如果遇到學生產生迷思概念時，可考慮參考本研究，運用電算器教學活動來輔助學生克服小數迷思概念。

參考文獻

吳金香(1985)：運用電子電算器於小學的數學教學。**教師之友，26**(1), 35-33。

吳美蓉(2000)：**電算器活動促進六年級學童數學概念發展之個案研究—以小數概念為例**。國立嘉義大學國民教育研究所，未出版之碩士論文。

吳昭容(1996)：**先前知識對國小學童小數概念學習之影響**。國立台灣大學心理學研究所，未出版之博士論文。

杜建台(1996)：**國小中高年級學童「小數概念」理解之研究**。台中市：國立台中師範學院國民教育研究所，未出版之碩士論文。

邱顯場(1998)：**國小兒童小數解題活動類型：一個五年級兒童的個案研究**。嘉義：國立嘉義師範學院國民教育研究所，未出版之碩士論文。

周筱亭(1990)：電子電算器對於國民小學小數運算學習之影響。**國教學報**，3，273-295。

陳永峰(1998)：**國小六年級學童小數知識之研究**。國立屏東師範學院國民教育研究所，未出版之碩士論文。

教育部(1993)：**國民小學課程標準**。台北。台捷。

黃瑞琴(1991)：**質的教育研究方法**。台北：心理。

劉祥通(1994)：整合電子電算器於小學數學教育的探究。**嘉義師院學報**，8，313-336。

劉曼麗(1998)：小數教材的處理。載於甯自強主編：**八十六學年度數學教育研討會論文暨會議實錄彙編**（pp.183-200）。嘉義：國立嘉義師範學院。

Beardslee, E. C. (1978). Teaching computational skills with a calculator. In M. N. Suydam (Ed.), *Developing computational skills* (pp.226-241). Reston, VA：National Council of Teachers of Mathematics.

Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. In M. C. Wittrock(Ed.), *Handbook of research on teaching*(pp.119-161).NY： Macmillan.

Guba, G. & Lincoln, Y. S. (1981). *Effective evaluation: Improving the usefulness of evaluation results through responsive and naturalistic approaches.* San Francisco: Jossey-Bass.

Hiebert, J., & Wearne, D. (1983). *Student's conceptions of decimal number*. Paper presented at annual meeting of the American Educational Research Association, Montreal. (ERIC

Document Reproduction Service No.230 415)

Lincoln, Y. S., & Guba, G. (1985). *Naturalistic inquiry.* Beverly Hills: Sage Publications.

Manly, M. (1997). Calculators in the ABE/GED classroom: Gift or curse? *Adult Learning*, 9, 16-17.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics* (2nd ed.). Reston, VA：NCTM.

Nesher, P., & Peled, I. (1986). Shifts in reasoning: The case of extending number concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 17(1), 67-79.

Patton, M. Q.(1990).*Humanistic psychology and qualitative research: Shared principles and processes*. Person-Centered Review, Spring.

Resnick, L. B., Nesher, P., Leonard, F., Magone, M., Omanson, S.,& Peled, I. (1989). Conceptual bases of arithmetic error: The case of decimal fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), 8-27.

Sackur-Grisvard, C., & Leonard, F. (1985). Intermediate cognitive organizations in the process of learning a mathematical concept: The order of positive decimal numbers. *Cognition and Instruction*, *2*(2), 157-174.

School Science and Mathematics Association. (1996). NCTM Position Statement. *School Science and Mathematics*,*96*(1), 45.

van den Brink, J. (1988). Calculators in primary education. *Paper Presented at the Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.* Volume 1: Individual Contribution, 1-4. (ERIC Document Reproduction Service No.411 130).

Wheatley, G. H., & Shumway, R. (1992). The potential for calculators to transform elementary school mathematics. In J. T. Fey & C. R. Hirsch (Eds.), *Calculators in Mathematics Education* (pp.1-8). Reston, VA：NCTM.

The Effects of Using Calculator Teaching Activities on Learning Decimal Numbers.

Shiang-tung Liu,[1] Mei-zung Wu,[2] Yi-ching Weng,[3]

[1]Graduate Inititute of Mathematics Education, National Chia-Yi University

[2,3]Graduate Scholl of Elementary Education, National Chia-Yi University

Abstract

This study was to explore the effects of using calculator on learning decimal numbers. The subject of this study was a sixth grader who had misconception of 「integer rule」 in comparing the largeness of decimal numbers. The author adopted semi-structured interview to conduct this study. The teaching treatment was using calculator to do 「repeated adding and subtracting 0.01」 activities. The results showed calculator-teaching activities benefited for this study subject. In other word, he overcame his original misconception through calculator teaching activities.

Key words：Calculator Teaching Activities, Decimal Conception, Integer Rule Misconception