

# 資訊科技與提問教學策略對數學學習困難學童 在數量關係單元解題表現之成效

陳佩秀 \*

國立臺南大學特殊教育學系博士生

\*通訊作者：陳佩秀

通訊地址：700 臺南市中西區樹林街二段 33 號

E-mail：peihsiu0923@yahoo.com.tw

投稿日期：2017 年 10 月

接受日期：2017 年 12 月

## 摘要

本研究旨在探討，資訊科技與提問教學策略對國小數學學習困難學童在數量關係單元解題表現之成效，而數量關係教學包括基礎的「直觀」（基礎）層次，尋找共同數量關係的「遞迴」（一階）層次，與將代數符號通則化的「數學模式化」（二階）等三種推理層次。研究方法採單一個案研究法中之「跨行為多探測設計」，研究參與者為一位國小六年級數學學習困難學童，以研究者自編之「數量關係評量單」，作為研究參與者在數量關係單元之成效表現，研究結果以目視分析及 C 統計分析進行量的分析。研究結果發現，資訊科技教學對研究參與者在數量關係概念之「整體表現」、「圖形規律」、「數形規律」和「數形情境」上，皆能有立即和維持成效，且具有良好結果社會效度。

**關鍵詞：**資訊科技與提問教學策略、數量關係、數學學習困難

# The Effects of Information Technology and Inquiring Strategy on Problem Solving Performance of Quantitative Relation Unit for Learning Difficulties in Math

*Pei-Hsiu Chen*<sup>\*</sup>

<sup>1</sup> Ph. D. student, Department of Special Education, National University of Tainan

<sup>\*</sup>Corresponding author: Pei-Hsiu Chen

Address: No. 33, Sec. 2, Shulin St., West Central Dist., Tainan City 700, Taiwan (R.O.C.)

E-mail: peihsiu0923@yahoo.com.tw

Received: October, 2017

Accepted: December, 2017

## Abstract

The purpose of this study was to explore the effects of information technology and inquiring teaching strategy on problem solving performance of quantitative relation unit for an elementary student with learning difficulties in math. The quantitative relation teaching contained the “Intuition” level of the foundation, the “recurrence” level of the common quantity pattern, and the “modelization” of the generalized symbols. The study was conducted by the “multiple probe design across behaviors” in the single subject research. The participant was a sixth-grade student with learning difficulties, and the “quantitative relation evaluation” of the researcher was used as a participant in the performance of the quantitative relation. The data were collected using visual analysis and C statistics. The results of the study indicated that information technology and inquiring teaching had immediate and maintained effect for the participant on the “overall performance,” “graphic pattern,” “pattern of number and shape,” and “situation of number and shape” in the concept of quantitative relation, and high social validity of effects had been presented.

**Key words:** *information technology and inquiring strategy, quantitative relation, learning difficulties in math*

## 壹、緒論

### 一、研究動機

日常生活各領域中數形規律可謂無所不在，我國 2008 年九年一貫課程綱要數學領域裡，數量關係則隸屬於課程中「代數」之學習主題，其教材乃作為未來七年級學習辨認數列規律與能理解生活中常用的數量關係（教育部，2008）；2010 年美國在《共同核心州數學標準》（*Common Core State Standards for Mathematics, CCSSM*）（National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers [NGA Center & CCSSO], 2010）中亦提及，教師應協助學童發展探求並利用結構，與其在重複的推理中探求並表達規律等之專門知識與能力。因此，探討國小學童對數形規律（patterns）解題過程及其思維，以明瞭學童對數形規律的思考模式實足重要。

近年來，不管是國內教育改革訴求——「成就每一個孩子」，美國政府於 2015 年倡導——《讓每個學生成功法案》（*Every Student Succeeds Act, ESSA*），無不強調教育公平、正義性，堅信每位學生都能帶上來的教育理念，尤其是對各類特殊教育需求者，理應提供適應的教育服務與支援系統（駐美國代表處教育組，2016）。美國在 2004 年《身心障礙個體教育增進法案》（*Individuals with Disabilities Education Improvement Act of 2004, IDEA 2004*）中，指出學習障礙定義中有關數學領域的二項問題：數學計算與數學推理，倘若學童在此二領域出現問題，將會阻礙其在校的數學學習表現，並影響日後的學習成就表現（洪儷瑜譯，2012）。因此，採取適當的教學策略，並給予有效的協助和指導，以提升學童的學

業表現乃為一種有效的措施。

聯合國教育科學文化組織（United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization, UNESCO）的《2015 為全人類的教育》（*Education for All by 2015*）報告書指出：「科技與媒體的使用」是 21 世紀新課程發展趨勢（Amadio & Truong, 2007, p. 4），因此，將資訊融入教學已成為目前教學的重大趨勢。過去利用資訊科技來促進學童數學概念理解策略的研究為數不少，但在探究如何引導學童思考的解題策略相對有限。數學學習首重概念的建構，建構的過程則需仰賴思考能力，而思考能力的培養更應善用誘發思考的策略，尤其是數學學習困難學童需要教師提供更多的引導與協助，而「提問」是教師在教學過程中，最常運用且最便利的策略之一。是以，本研究希望發展有效的提問教學策略來增進學童解題思考能力，並使其未來具備獨立思考能力。

綜觀國內、外論述學童在數形規律問題的教學策略與學習成效之研究（馬秀蘭，2008；趙曉燕、鍾靜，2010；Chen, Lee, & Hsu, 2015; Ma, 2007; Markworth, 2016）發現，研究對象多為國小高年級普通班學童，然而，針對數學困難學童在數形規律的學習成效或解題表現之相關研究卻付之闕如。因此，本研究以資訊科技融入提問教學之優勢，運用具體表徵圖像來進行教學情境布題活動，希望藉由資訊科技教學策略的輔助，來幫助數學學習困難學童在數量關係概念的理解與學習。

### 二、研究目的

本研究以國小六年級數學學習困難學童為對象，採用資訊科技融入提問教學進行數量關係單元之教學實驗。本研究目的如下：

（一）探究資訊科技融入提問教學對國小

六年級數學學習困難學童在數量關係概念「整體表現」之學習成效。

- (二) 探究資訊科技融入提問教學對國小六年級數學學習困難學童在數量關係概念「圖形規律」之學習成效。
- (三) 探究資訊科技融入提問教學對國小六年級數學學習困難學童在數量關係概念「數形規律」之學習成效。
- (四) 探究資訊科技融入提問教學對國小六年級數學學習困難學童在數量關係概念「數形情境」之學習成效。

### 三、名詞釋義

#### (一) 資訊科技融入教學

資訊科技融入教學是指「運用學習科技 (learning technology) 的發展，在認知學習理論架構下，來啟發與輔導學生的學習方式」(張國恩，1999，頁3)。本研究的「資訊科技融入教學」是指依據 ASSURE<sup>1</sup> 模式所設計的數位教材。

#### (二) 提問教學

本研究的提問教學是指藉由問題的呈現，引導學童聚焦於主題及重點，並在過程中澄清和擴展其概念，以檢視自己對問題的理解程度。提問方式採 Mason (2000) 主張的三種提問類型，在各提問類型中又搭配 Resnick (1995) 提出的四個技巧，以達成教學目標。

#### (三) 數學學習困難學童

本研究的「數學學習困難學童」是指智力正常，語文能力符合其應有的程度，但學習特徵表現低落，數學能力顯著低於個人預期應有的程度，且數學學期成績在班級排名後 10% 者。

#### (四) 數量關係

數量關係意指能察覺圖形的簡單規律，及數列的樣式與特性，進而能觀察生活情境中數量的變化關係。本研究的「數量關係」分為三種類型：圖形規律、數形規律與數形情境問題。

#### (五) 學習成效

本研究的「學習成效」是指學習者在學習過程中所測驗的學習成績作為評估其學習成效，包括：

1. 立即成效：指在接受教學活動後，學童則在下一次上課前立即接受「數量關係評量單」測驗後的得分。
2. 維持成效：指在教學活動後經過一段時間，在未經重複練習的情形下，學童仍表現其學得行為的現象。本研究指課程結束二週後，學童在「數量關係評量單」上的得分。

## 貳、文獻探討

### 一、數學學習困難學童之學習特徵

學習數學的基本條件須具備一些基本知識、概念及數學語言，倘若欠缺此元素，就只能機械式的使用符號和運算技巧，而無法解決實際的問題。因此，藉由瞭解數學困難學童的學習特徵、影響成因，不但可作為鑑定、安置與處遇的依據，更可提供教師在選擇、設計與實施適當的教材教法與評量方式。以下就數學學習困難學童的學習特徵加以說明之(張平東，1985；楊坤堂，2007；楊坤堂、林美玉、黃貞子、沈易達，2002)。

#### (一) 訊息處理方面

數學學習的問題和訊息處理能力有密

<sup>1</sup> 關於 ASSURE 模式的介紹，見本文資訊科技融入提問教學的模式段落。

切關係，訊息處理包含有輸入系統（或稱刺激模式）的問題、統整系統（或稱中央統整過程）的問題及輸出系統（或稱反應模式）的問題。訊息處理過程中有很多因素影響數學的學習。

#### 1. 注意力不足

數學困難學童在學習運算規則、問題解決或演算步驟上會有注意力維持的困難，在教學過程中，可能顯示出難以維持注意力、注意力短暫、分心、過度敏感等特徵（周台傑、蔡宗玫，1997；Lerner, 2000）。

#### 2. 視覺空間不足

視覺空間的缺陷包括視覺符號辨認、視覺空間能力及精細心理動作的困難，造成方向辨別不清、對數字、錢幣、運算符號辨識困難、書寫時不能成為一直線等。

#### 3. 記憶檢索不足

指對數學事實的檢索有缺陷或流暢性不足，對於數字的聽寫有困難、難於自動地記憶和應用數學運算的步驟、方法與規則、不記得數學運算表、作答時會忘記步驟、容易忘記多步驟的文字題等。

#### 4. 動作問題不足

數學學習困難學童的動作問題包括精細動作統整能力不足，直接影響到其抄寫能力，導致無法正確又快速地抄寫數字，且寫字慢且難認並且不正確、難以在指定的空間內寫出適當大小的字等。

### （二）語言和閱讀能力方面

大部分的數學學習困難學童多因口語語言和閱讀兩項缺陷所導致的，因書寫和口語表達的困難，導致運用數學符號語言能力的缺陷；閱讀能力缺陷包含閱讀理解的困難而形成數學障礙，無法瞭解符號和數學術語，可能會影響學童對文字題的解

題上困難。

### （三）認知學習策略方面

數學學習困難學童因缺乏問題解決的策略，故常不會使用策略或選擇錯誤的策略，例如：無法選擇適當的策略、無法組織訊息、不能評估答案的正確性、經常選錯解題方式、運算過程錯誤或計算多重步驟的問題有困難等。

### （四）數學焦慮方面

數學學習困難學童在學習態度上因信念、動機、焦慮、自我概念、歸因方式等因素交互影響而產生數學學習的失敗，此類錯誤多是心理因素所致，不完全是因為能力上的不足所致。

## 二、資訊科技融入提問教學之探究

### （一）資訊科技融入教學意涵

資訊科技融入教學真正內涵是教育理念與教學法的創新，同時也是教師改善教學方法與教學技巧的最佳選擇。張國恩（2001）表示老師運用電腦科技於課堂教學上和課後活動上，以培養學生運用「科技與資訊」的能力和「主動探索與研究」的精神，讓學生能「獨立思考與解決問題」，並完成「生涯規劃與終身學習」。

### （二）資訊科技融入提問教學的模式

#### 1. ASSURE 教學模式

ASSURE 強調使用教學媒體來達成有效率的教學設計與學習（如圖 1），分為以下六步驟（張霄亭，1999；張霄亭譯，2002）：

- (1) 分析學生特性（analyze learner characteristics）。
- (2) 擬定教學目標（state objectives）：包含四個要素為觀眾、行為、條件、程度。

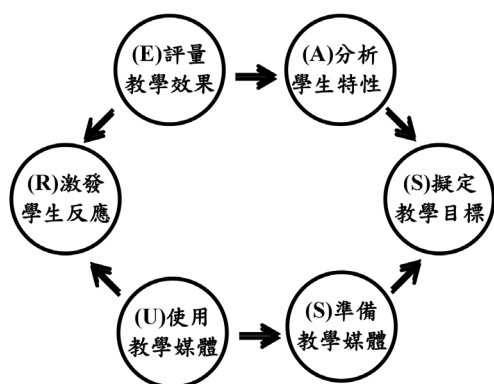


圖 1 ASSURE 教學模式

資料來源：修改自張霄亭（1999）。

(3) 準備教學媒體 (select, modify or design materials)。

(4) 使用教學媒體 (utilize materials)。

(5) 激發學生反應 (require learner response)。

(6) 評量教學效果 (evaluate)。

## 2. 提問教學法

(1) Mason 之數學提問三類型 (康淑娟、劉祥通, 2010; Mason, 2000)

a. 聚焦式 (focusing)：提醒學生注意教學內容的規律性 (pattern)、一般性 (generality) 或特徵 (feature)，此提問方式可以讓學生將注意力集中在問題焦點，排除不相干的訊息或偏離主題。

b. 檢驗式 (testing)：主要是為了檢驗學生對於問題的理解程度，及是否存有迷思概念，促使其表達自己的想法，是連結評量與教學的最佳策略。

c. 探索式 (enquiring)：提供學生一個思考的方向，以幫助學生瞭解或內化教學內容，或刺激學生進一步的思考，以拓展概念理解的層次。

(2) Resnick 之數學提問四技巧 (康淑娟、劉祥通, 2010; Resnick, 1995)

a. 複述 (repetition)：指將學生所說的

話重新敘述一次，具有接納學生所講內容的功能。

b. 回應 (revoicing)：當學生的想法正確，但是卻無法清楚說明或是表達不夠完整時，教師用以修正、改述其說詞。

c. 追問 (question)：依據學生的答覆或先前提問，教師再提出延續性的問題，去幫助學生澄清及擴展概念。

d. 挑戰 (challenge)：針對學生有疑惑部分、需要澄清、深入地方再提出質疑，以引發學生認知失衡，進而促發其深層的思考。

ASSURE 模式提供個別教師在日常的教室之中運用媒體時，應遵循的程序性步驟，以確保媒體發揮到最大的功用。因此，研究者參照 ASSURE 系統化教學模式的步驟來進行教學簡報的設計，教學中再融入提問教學策略來進行教學引導，希冀能帶給數學學習困難學童有效的教導，讓學生發揮最大的潛能，進而達到滿意的學習效果。

## 三、數量規律與代數推理

### (一) 數量規律的模式

#### 1. 數量規律的類型

根據 Owen (1995) 所提出之分類，樣式大略可區分為重複樣式、結構樣式及數列三種類型。Copley 於 1998 和 2003 年則提出重複樣式與增長樣式 (growing patterns)，後者與 Owen 的數列在概念上相似 (轉引自陳貞句譯, 2003, 頁 5-20-5-21)，分述如下。

#### (1) 重複樣式 (repeating patterns)

重複樣式意指一系列特定向度的屬性，例如：顏色、形狀、方向、大小、聲音、數字或其他元素會一直重複出現 (陳貞句譯, 2003; Owen, 1995)，並形成一

種可預測的型態，例如：「紅—藍—紅—藍」的串珠。不論組成屬性為何，其重點在於「循環」。

### (2) 結構樣式 (structural patterns)

結構樣式強調透過數學概念間的相互聯繫，形成對數字或數學概念的內在模式，例如：「有哪幾種不同的方式可以組成 5？從  $4 + 1 = 5$ ， $3 + 2 = 5$ ， $2 + 3 = 5$ ， $1 + 4 = 5$  之中，可以發現什麼樣式？」(Owen, 1995)，國小數學課程中的各種律則都屬這類的樣式。

### (3) 增長樣式 (growing patterns)

Copley (2003) 指出增長樣式是用可預測的方式來改變一個數值的樣式(轉引自陳貞句譯, 2003)。在正式的數學課程中，增長樣式以數列最為典型，且孩童中經常使用珠子、積木或彈珠等東西來產生增長樣式。

本研究將數量關係之規律問題分為以下三種型態：(1) 圖形規律問題：凡圖形依某種規律排成序列的問題；(2) 數形規律問題：凡形數依某種規律排成序列的問題；(3) 數形情境問題：凡規律問題中有賦予情境意義之題目。

## (二) 規律概念發展層次

在解決數形規律的問題中，學生常將已知各項之間的關係抽象化表徵為數的關係。故數概念的發展攸關察覺樣式規律的能力高低。研究者參考郭國清(2006)研究中，將學生對解決規律問題的推理能力，區分為以下三種層次：

1. 基礎(直觀)層次：以經驗的直觀思考方式來察覺規律。
2. 一階(遞迴)層次：在數列或圖形序列中，可以清楚察覺出  $a_n$  和  $a_{n+1}$  之間的關係，這就是「變與相應的變」的規律。

3. 二階(數學模式化)層次：能將規律歸納推衍形成數學通則化的模式，即在數列或圖形序列題目中，可以清楚察覺出第  $n$  項  $a_n$  和項數  $n$  之間的關係。

誠如數學教父 Pólya 提及的教學理想境界：「教導思考，先猜測後檢驗」(蔡聰明, 2012)，因此，本研究則以此三種不同階段的推理發展層次，進行施測工具與教學活動的設計，冀望透過輔導性教學，訓練學生觀察、分析、臆測、歸納和推理的能力，由淺入深、循序引導，協助其發展規律察覺與代數推理的能力，進而學會和瞭解其蘊含的內在規律性。

## 四、數量關係課程與教學

### (一) 數量關係解題策略

數量關係的教學活動應為如何思考、分析、歸納並應用的代數思維，而找出題目中材料的規律，是所有解題的關鍵，亦即找到規律，問題方能迎刃而解；找不到規律，就束手無策。以下茲將美國數學教師協會(National Council of Teachers of Mathematics, NCTM)與各學者們對成功解題歷程分析之相關研究敘述如下。

#### 1. NCTM 之規律探究能力

NCTM (1989, 2000) 指出學生對於廣義有變化的規律，要能夠察覺、描述、延伸和通則化的規律探究能力發展：

- (1) 察覺能力：從一堆資料中發現規律之具體表徵，或是能察覺已知項與已知項彼此間的關係，即擁有具體操作或察覺出規律的能力。
- (2) 描述能力：將上述之察覺能力所觀察到的規律，轉化為使用數字語言或文字符號表達出來的能力，此亦為要能成功答題之基本能力。
- (3) 延伸能力：指可以從前述所察覺描述

之數量關係或數學結構的連結性，來推論或預測下一個數量結果。

- (4) 通則化能力：指分析察覺出的規律之結構，有系統的組織關係架構或是關係與關係間的關連來辨識規律規則，最後從分析中歸納出規律的抽象通則化模式。

## 2. Lannin 之規律察覺策略

Lannin (2003) 研究以竹籤排成具規律的正方形圖形時，其正方形的個數與所需的竹籤數，發現學童可能運用之策略（轉引自郭國清，2006，頁 15）：

- (1) 計數 (counting)：最直觀的解題策略，學童以一個一個計數的方式，來數出竹籤的總數（此相當於規律概念發展的基礎層次）。
- (2) 遞迴 (recursion)：遞迴策略是能察覺出前項與後項間的關係，藉由此循環之規則（此相當於規律概念發展的一階層次）。
- (3) 文章脈絡 (context)：此策略為觀察布題之描述，取決於文章脈絡，將察覺出的數形規律推衍成數學通則化模式，並實際運用之（此相當於規律概念發展的二階層次）。
- (4) 比例調整 (proportion adjustment)：此策略將察覺出的規律以比例概念來調整題目所需的數量（此亦相當於規律概念發展的二階層次）。

## 3. Van de Walle 之樣式察覺策略

Van de Walle (2005) 建議提供學生一個樣式的開始，通常至少有三個架構，並遵循以下原則，將能在樣式中發現函數（轉引自張英傑、周菊美譯，2005，頁 808）：

- (1) 提供數個以上架構的樣式，直到他們確定他們已經瞭解樣式。

- (2) 為每一個他們已經建構的架構，製作一張表，在每一個架構呈現架構數字和元素。

- (3) 在表格裡，儘可能寫下描述和發現的規律。

- (4) 寫出一個架構數字到一個架構的關係，就是一個含有架構數字的公式。

綜觀上述各學者的研究，本研究的教學活動設計主要透過數量關係之三種不同樣式教學，運用圖形呈現來幫助學童瞭解抽象的解題程序，結合教師漸近式提問與引導，讓學童透過反覆的思考、多方面腦力激盪，以發展出多樣化解法，從而理解代數符號的意義。

## (二) 數量關係教學相關研究

綜合國內外研究者在數量關係教學的實徵研究，從研究對象來分析，有十三篇研究都是針對學生來做，對象的年齡從學前兒童到小六生都有；學生的性質大都是一般能力的學生，其中有一篇是針對學前兒童（吳昭容、嚴雅筑，2008），有三篇是針對中年級學生（陳嘉皇，2007a；羅綸新、劉宛枚，2012；Steele, 1999），有七篇則針對高年級學生（馬秀蘭，2008；陳嘉皇，2007b，2010，2012，2013；趙曉燕、鍾靜，2010；Chen et al., 2015），只有一篇是針對原住民學生（江凱靈、李心儀，2016），另一篇的研究對象則包含中年級到高年級學生（Hunter, 2014）。綜合來看，大多數研究都顯示教師透過合適的課程設計與適切的教學策略引導，對學生的學習成效、學習態度與動機都能有正向的提升效果，且學生也會利用多元化策略來進行推理與解題。

從研究分法來分析，有八篇（吳昭容、嚴雅筑，2008；馬秀蘭，2008；陳嘉皇，2007a、2013；趙曉燕、鍾靜，2010；羅



綸新、劉宛枚，2012；Chen et al., 2015；Hunter, 2014）應用實驗研究法中的實驗組—控制組前後測設計，其中實驗組多採用資訊科技融入教學方法，控制組大都進行講述教學法、一般教學法或所謂傳統教學法等，大多應用在班級人數較多的研究中，但這當中多數實驗組仍輔以質性研究（例如：作業單、學習單或訪談等）來探究學生的代數推理解題歷程模式，另外有三篇是問卷調查法（馬秀蘭，2008；陳嘉皇，2010、2012）。其他三篇則是採用質性研究法（江凱靈、李心儀，2016；陳嘉皇，2007a；Steele, 1999），當中二篇是採用個案研究法（江凱靈、李心儀，2016；Steele, 1999）。

從研究主題來看，大多是針對學生所進行的研究，在量的部分包括：比較兩種教學法或是教學介入前後在解題正確率或解題成效上的差異、不同能力學生在解題表現上的差異、不同圖形樣式問題的類型上表現的差異，使用的評量方式均為紙筆測驗；也有運用問卷來比較兩種教學法或教學介入前後在學習態度、動機或信念上的差異。在質的部分，大都輔以訪談方式來分析比較其解題策略或歷程差異、理由、錯誤類型或欠缺等情形；或者是在教學或解題歷程中，師生間如何互動、探索、討論與溝通等。

## 參、研究設計與實施

### 一、研究設計

本研究採用單一個案研究法（single subject research）跨行為多探測設計（multiple probe design across behaviors）。數學學習困難學童間因個別差異大，較適合小組或個別的補救教學，為了深入觀察資訊科技

教學法對數學困難學童在數量關係上產生的學習過程變化，及避免參與者在基線期持續測量造成的厭煩和挫折，因此，採用跨行為多探測設計，針對一位研究參與者，進行三個行為的介入，以追蹤探測介入方案的立即與維持效果（鈕文英、吳裕益，2015）。

再者，因研究中運用 C 統計，故做以下兩個研究假設之檢定：

- （一）有資訊科技融入提問教學之介入期，國小六年級數學學習困難學童在數量關係的圖形規律、數形規律、數形情境和整體得分上，相較於基線期，趨勢有顯著的正向變化。
- （二）撤除資訊科技融入提問教學之維持期，國小六年級數學學習困難學童在數量關係的圖形規律、數形規律、數形情境和整體得分上，相較於介入期，趨勢有顯著的正向變化。

本研究的研究架構如圖 2 所示，以下茲將本研究之自變項、依變項、控制變項分別說明。

#### （一）自變項

本研究之自變項為「資訊科技融入提問教學策略」，藉由在教學簡報情境中呈現三個以上架構的樣式概念和延伸活動，以引導及擴展到數學符號，及尋找出普遍化代數概念關係，藉此強化學童的代數推理，最後再探索及發現規律中所隱含的一般化的公式（函數關係）。

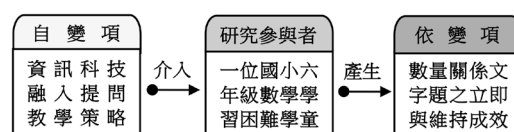


圖 2 研究架構圖

## (二) 依變項

本研究依變項為數量關係文字題之整體和各題型的學習成效（包含平均數、解題通過率、教學介入後的立即效果與撤除教學後的維持效果），學習成效表現在研究工具「數量關係評量單」之得分。

## (三) 控制變項

### 1. 研究參與者

為避免產生基線行為共變現象（interdependence of the baselines），選取普通班中從未接受類似介入方案之數學學習困難學童為研究參與者，且在進行教學研究前，已取得家長及班級導師的同意。

### 2. 研究時間與地點

本研究之教學實驗時間為下午 4:10 ~ 4:50，時間均固定為一節課 40 分鐘，30 分鐘教學，10 分鐘評量，前後橫跨 15 週，實施地點均在專科教室。

## 二、研究參與者

本研究參與者為就讀南部某國小普通班一位小六數學學習困難學童，並輔以補救教學施測成績作為篩選依據，且經由老師的推薦數學成績排名在班上後 10% 的學生，其在語文理解與表達方面尚可、數學文字題解題有困難者。參與學童為女生，年齡為 13 歲 2 個月，「識字量評估測驗」（洪儷瑜、王瓊珠、張郁雯、陳秀芬、陳慶順，2006）為小五程度、「閱讀理解篩選測驗」（柯華葳、詹益綾，2006）為小六程度、「基礎數學概念評量」（柯華葳，1999）為小六程度。

## 三、研究工具——數量關係評量單

本研究參考相關文獻，以數量關係文字題為情境下自編而成，其內容分成兩部分。

## (一) 內容

### 1. 依照數量情境類型區分

包含「圖形規律」、「數形規律」、「數形情境」三種題型。每份評量單題數皆為四大題、三個小子題合計 12 小題，共計 14 份，每份測驗均含「圖形規律」題型 4 題、「數形規律」題型 4 題及「數形情境」題型 4 題。表 1 為數量關係評量單之雙向細目表。

### 2. 依照代數推理層次區分

評量單試題的三個小子題，分別為「直觀」、「遞迴」與「數學模式化」三個層次，如圖 3 所示。

## (二) 實施與計分

### 1. 實施

研究工具的實施包含基線期評量、介

表 1  
數量關係評量單雙向細目表

名稱	題目類型			總題數
	圖形規律	數形規律	數形情境	
前測				
一	4	4	4	12
二	4	4	4	12
三	4	4	4	12
形成性評量				
一	4	4	4	12
二	4	4	4	12
三	4	4	4	12
四	4	4	4	12
五	4	4	4	12
六	4	4	4	12
七	4	4	4	12
八	4	4	4	12
保留測驗				
一	4	4	4	12
二	4	4	4	12
三	4	4	4	12

入期評量與維持期評量。基線期評量包括三次前測，間隔二天評量一次，目的在探究研究參與者在數量關係文字題之基本能力，找出其起始能力，以作為基線期的觀察值，並依據初始基線探測的結果，決定何時開始進行介入。介入期評量包括六次測驗，間隔二天評量一次，旨在檢測研究參與者接受資訊科技教學策略後的學習成效，並於下次教學時先進行試題評量，測驗的範圍是依據各教學單元內容採用累進的方式進行評量，藉此作為介入期的觀察值。維持期評量包括三次測驗，在教學介入結束後二週開始進行評量，每二天評量一次，其目的為瞭解資訊科技教學策略對數學學習困難學童，對數量關係單元學習之維持成效，測驗範圍是所有教學單元的內容，以作為維持期的觀察值。研究工具評量方式均為紙筆測驗，評量時間則無限制，且除非遇到研究參與者不會的字可詢問外，不提供其他協助與提示。

## 2. 計分

每份評量單共四大題，12項小子題，評分項目為每一小子題各為一分，每大題總計三分，每份評量單最高分可得12分，最低分為0分。評分原則為每一子題寫出正確答案者即給予一分；筆誤、計算或列式錯誤、求解過程錯誤、答案不正確或未

作答，則該題不給分。

## (三) 信度與效度

### 1. 信度

本試題編製完成後，委請數學教育專家、兩位資深國小教師與一位資源班教師針對題目之題意、內容等給予建議與審核，以確認評量單的內容符合教學課程目標。試題之施測對象為國一、小六學生合計142人進行預試，時間為40分鐘，之後隨即進行信度考驗，此七份評量單之Cronbach's  $\alpha$  值介於.74~.83，符合專家們所提出的可接受 $\alpha$ 係數為.70以上之信度範圍內。

試題的難度與鑑別度方面，「圖形規律」題型之 $p$ 值介於.7~.8， $d$ 值介於.3~.4；「數形規律」題型之 $p$ 值介於.6~.8， $d$ 值介於.3~.5；「數形情境」題型之 $p$ 值介於.5~.7， $d$ 值介於.3~.8，符合專家們所提出的理想試題之 $p$ 值及 $d$ 值範圍內。最後，研究者再以此七份評量單為基準，顧及各評量單複本的難度與結構上一致性，只在文字與數字上稍加變化，再研發出七份複本「數量關係評量單」。

### 2. 效度

本評量單編製的試題工具委請數學教育專家、資深教師與資源班教師針對試



圖3 評量單設計層次圖

題各方面給予建議與審核外，同時再委請一位測驗的專家學者檢核評量的形式，以確認符合測驗評量的要求；之後，再請三位國小六年級學習困難學童完成所有評量單，以考量學童作答速度與試題內容品質。

## 四、介入方案

### (一) 介入方案發展

#### 1. 分析學童特性

在教學前先對本研究參與者進行診斷性評量，藉以評估及檢驗其先備知識與能力，分析其特質為：數學運算或解題時易有分心現象；分辨運算符號的能力較弱；識字及閱讀能力偏弱，易誤解題意且對文字題解題有所困難；因長期數學挫敗，導致學習動機與態度較消極且被動。

#### 2. 擬定教學目標

依據研究目的參酌六年級數量關係單元之能力指標與學習目標，編製出符合教學目標的介入方案內容，以探討學童解數量關係文字題的能力與學習表現。

#### 3. 準備教學媒體

考量校內提供的相關資訊設備，並利用教學簡報互動性、立即性佳的優點，進行數量關係單元之教學 PPT 製作，希望發揮教學簡報功能以提高學童學習的興趣。

#### 4. 使用教學媒體

以提問教學策略融入整個教學活動歷程中，首先由「準備活動」引出該階段的教學主題；從「發展活動」引導出課程的核心概念，教師運用教學 PPT 內容進行提問並與學童進行對話；在「綜合活動」則透過所設計的學習單來檢核學童的學習成效。

#### 5. 激發學童反應

研究者首先針對例題進行分析與解說，適時運用引導式提問教學策略，讓學童深入瞭解、思索、發表及提出看法，再藉由提問過程來診斷學童是否存有迷思概念，並視情況提供相關的鷹架支持。

#### 6. 評量教學效果

每節教學活動開始前，先針對前一節課教學內容進行試題評量，學童在作答過程中不提供任何協助，以評量學童之獨立作業表現能力。

### (二) 介入方案流程

#### 1. 教學活動概念

本教學介入方案，乃參考張英傑與周菊美譯（2005）、林壽福（2006）及趙曉燕與鍾靜（2010）的相關研究，歸納統整後發展出本研究的教學活動設計概念，如圖 4。

#### 2. 教學活動歷程

在發展活動過程中，研究者依照各層次代數推理能力設計適合之教學活動依序進行教師布題、引導提問、發表討論及歸納總結四個階段（如圖 5），茲分述如下。

##### (1) 教師布題

教師將設計好的數量關係三種樣式題目製作成 PPT 檔，再利用單槍投影，除方便學童明瞭題意，亦方便學童做直觀的

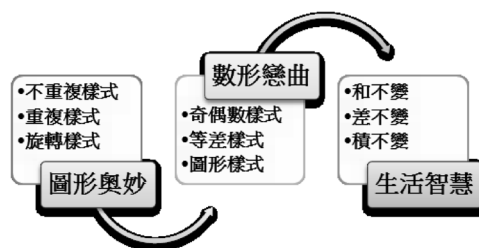


圖 4 教學活動概念圖

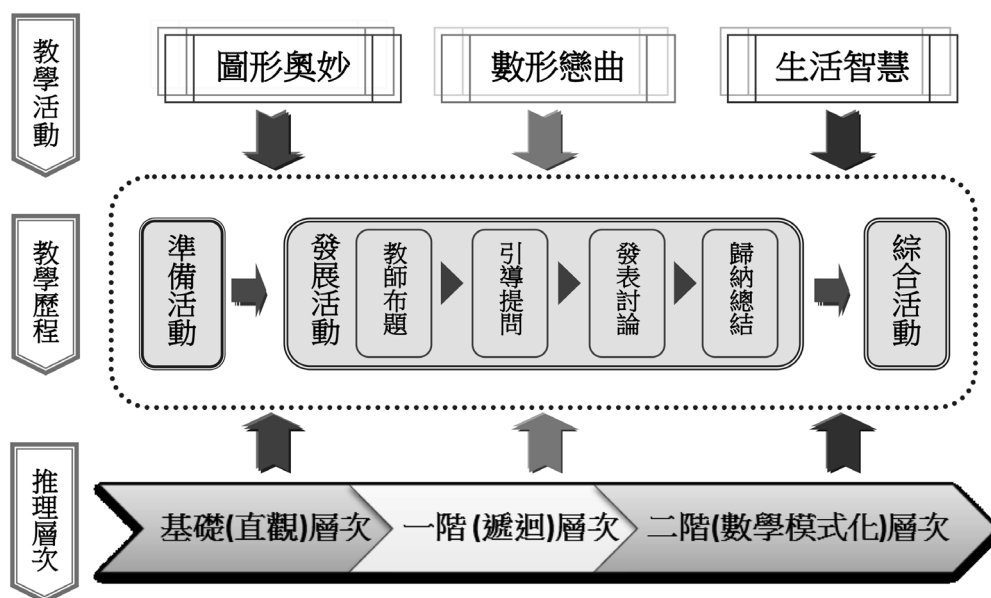


圖5 教學活動歷程模式

判斷，進而察覺隱含其中的數形規律，且討論時也較容易聚焦。

### (2) 引導提問

教師先引導學童提出自己看法，教師同時再複述一次，一來可以幫助學童清楚表達出自己想法，二來也引發後續討論的題材。若學童無法發現圖形樣式的改變規律時，則口頭提示請學童注意觀察圖形中「哪裡改變？哪裡不變？項次之間有何變化？每個項次間的差距有何變化？你會如何將其表示出來……」，以引發及促進其思考圖形樣式間的變化關係。

### (3) 發表討論

教師針對學童發表內容請其進一步提出說明或解釋的策略，同時針對需要澄清、擴展或深入部分再提出來相互討論，之後，再引導學童將數列關係整理成二維表格或通則算式，使其樣式數量與圖形位置間的對應關係具體化，讓學童透過具象表格形式找出圖形或數形樣式間的對應關係，除了有助找出一般化的數列關係式

子，也增長學童代數推理層次發展。

### (4) 歸納總結

教師請學童完成解題活動後，隨即進行歸納與總結，並說明其布題的核心概念，最後再給予題目加以練習。

## (三) 介入方案設計

在正式進行教學活動前，請前述之數學教育專家，針對教學內容、教案設計與研究者前導研究的教學過程提出修正意見與評估，以提升研究進行的有效性，最後再針對專家所提出之建議與修改方向，進行修正。

為檢視介入方案初案的適切性，對方案進程序社會效度驗證 (social validation)，並實施試探性研究 (pilot study)。程序社會效度方面，利用研究者自編的「資訊科技策略適切性評量表」，請研究參與者班級導師進行評鑑，並參酌其意見修改內容。此外，為確認介入效果能增進與維持研究參與者所新獲得的技能，於維持期結束二週後進行「數量關係評量單測驗」，並訪

談學童與班級導師對本研究的看法，及此資訊科技教學對其學習成效與態度改變情形，以作為結果社會效度的驗證。

依據試探性研究結果調整介入方案內容後，邀請一位數學專家教授及兩位資深教師進行內容效度審視，教授專長為數學教育，兩位資深教師均為合格教師，教學經驗均為高年級。專家們針對「資訊科技策略教學活動設計」與學習單內容，填寫「資訊科技介入方案內容效度專家評鑑問卷」，審視介入方案之適切性，並參酌其意見修改資訊科技教學簡報與學習單內容敘述，使題意更為具體、清楚。本課程共分成三個階段，每階段安排 6 節課共 240 分鐘的時間，每週循序進行一個階段的課程並持續二週，教學時間共需 18 節課 720 分鐘，課程中皆融入教學簡報 PPT 作為教學的媒介。

## 五、資料分析

### (一) 目視分析

依據鈕文英與吳裕益（2015），除了趨向及趨勢和水準穩定度，刪除間斷探測資料外，其餘分析都保留間斷探測資料，包括階段名稱、階段長度、水準全距、階段內和階段間的水準變化、平均水準變化、水準穩定度、趨向和趨勢內的資料路徑、趨向變化與效果、趨勢穩定度的變化、重疊率。

### (二) C 統計分析

依據鈕文英與吳裕益（2015，頁 316），本研究刪除間斷探測資料，以他們根據 Tryon 於 1982 年提出的簡化時間系列 C 統計，檢定階段間的趨向變化是否達到統計顯著性，以驗證教學成效。C 統計的公式計算如下：

$$C = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N-1} (x_i - x_{i+1})^2}{2 \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (1)$$

$$S_c = \sqrt{\frac{N-2}{(N-1)(N+1)}} \quad (2)$$

$$Z = \frac{C}{S_c} \quad (3)$$

其他顯著水準設為 .05，若 Z 值達顯著表示階段間資料路徑的趨勢有顯著變化，受試者的表現有明顯改變。

### (三) 程序信度分析

實驗前由研究者和另一位評分者針對評分準則進行討論與溝通，並取得共識後才開始獨立計分，在每個實驗階段中各抽取 20% 的樣本進行觀測，基線期（一次）、介入期（二次）、維持期（一次）合計共四次；在所有教學實驗結束後，兩位評分者將兩人的計分紀錄，進行評分者間一致性信度考驗，一致性百分比愈高，所得資料可信度也愈高。評分者一致性百分比計算公式為：

$$\frac{\text{計分一致的次數}}{\text{計分一致的次數} + \text{計分不一致的次數}} \times 100\% \quad (4)$$

本研究三個階段中整體教學程序一致性的信度平均分別為 93%、92%、90%、93%，顯示本教學實驗之過程具標準化及良好的程序信度。

## 肆、研究結果與討論

### 一、數量關係之整體學習成效

以整體解題正確率而論，研究參與者

在基線期和介入期的平均解題正確率分別為 5.00% 和 68.40%，二者相差 61.40%。進入介入期後，解題正確率上升到 83.30%，達到 80.00% 以上之預定水準。整體而言，「資訊科技融入提問教學」策略介入後，研究參與者的學習成效表現由得分低的基線期逐漸攀升至得分高的介入期，並在保留期維持穩定上升的表現，顯示本研究的教學介入對於研究參與者的整體解題表現是很有成效的。

## 二、圖形規律之學習成效

研究參與者在基線期和介入期的平均解題正確率分別為 4.17% 與 77.08%，二者相差 72.91%；進入介入期後，在第四次評量達到 83.33%，且在第五次和第六次評量後分別達到 91.67% 與 100%，連續三次達到 80.00% 以上的標準；維持期的表現則維持穩定，平均解題正確率為 91.67%。

由表 2 再配合圖 6 論之，基線期至介入期的重疊百分比為 0.00%，代表介入「圖形規律」的教學成效較佳；在 C 統計分析結果發現  $Z = 3.24$ ，達到顯著性 ( $p < .01$ )。維持期的階段內變化，整體為上升、穩定狀態；介入期至維持期的重疊率為 100%，代表維持期的教學成效仍有維持住；在 C 統計分析結果發現  $Z = 2.43$ ，達到顯著性 ( $p < .01$ )，代表教學介入對研究參與者在得分上有明顯且正向的成效。

## 三、數形規律之學習成效

研究參與者在基線期和介入期的平均解題正確率分別為 6.25% 與 57.29%，二者相差 51.04%；進入介入期後，在第五次評量達到 75.00%，其表現是逐漸進步且趨於穩定的狀況；維持期的表現則維持

穩定上升，平均解題正確率為 77.78%。

由表 3 再配合圖 6 論之，基線期至介入期的重疊率為 0.00%，顯示介入「數形規律」的教學成效佳；在 C 統計分析結果發現  $Z = 2.86$ ，達到顯著性 ( $p < .01$ )。在維持期的階段內變化，整體為上升、穩定狀態；介入期至維持期的重疊率為 66.70%，代表維持期的教學成效仍有維持住；在 C 統計分析結果發現  $Z = 2.74$ ，達到顯著性 ( $p < .01$ )，顯示教學介入對研究參與者在得分上有明顯且正向的成效。

## 四、數形情境之學習成效

研究參與者在基線期和介入期的平均解題正確率分別為 3.33% 與 66.67%，二者相差 63.34%；進入介入期後，在第四次評量達到 75.00%，第五次與第六次評量後均達到 91.67%，其表現是逐漸進步且趨於穩定的狀況；維持期的表現則維持穩定上升，平均解題正確率為 80.56%。

由表 3 再配合圖 6 論之，基線期至介入期的重疊百分比為 0.00%，代表介入「數形情境」的教學成效較佳；在 C 統計分析結果發現  $Z = 3.45$ ，達到顯著性 ( $p < .01$ )。在維持期的階段內變化，整體為上升、穩定狀態；介入期至維持期的重疊率為 100%，代表維持期的教學成效仍有維持住；在 C 統計分析結果發現  $Z = 2.66$ ，達到顯著性 ( $p < .01$ )，代表教學介入對研究參與者在得分上有明顯且正向的成效。

## 五、綜合討論

### (一) 教學活動之實施成效

#### 1. 從解題成效來分析

研究者將研究參與者應用資訊科技策略在數量關係學習成效摘要如表 3。整體

表 2  
數量關係整體表現視覺分析之摘要表

依變項	圖形規律			數形規律			數形情境		
	基線期	介入期	維持期	基線期	介入期	維持期	基線期	介入期	維持期
階段內變化									
階段名稱	基線期	介入期	維持期	基線期	介入期	維持期	基線期	介入期	維持期
階段長度	4	6	3	3	6	3	3	6	3
水準全距	0~1	3~12	10~12	0~2	3~9	8~11	0~1	3~11	9~10
階段內水準變化	+1	+9	+2	+2	+6	+3	+1	+8	+1
平均水準	0.50	8.83	11.00	1.00	6.00	9.33	0.67	8.00	9.67
水準穩定度	0.00%	50.00%	100.00%	33.30%	33.30%	33.30%	0.00%	33.30%	100.00%
趨向和趨勢內的資料路徑	/ (+)	/ (+)	/ (+)	/ (+)	/ (+)	/ (+)	/ (+)	/ (+)	/ (+)
趨勢穩定度	33.30%	83.30%	100.00%	33.30%	83.30%	100.00%	33.30%	100.00%	100.00%
階段間變化									
比較的階段	介入期/基線期	維持期/介入期	維持期/介入期	介入期/基線期	維持期/介入期	維持期/介入期	介入期/基線期	維持期/介入期	維持期/介入期
階段間的水準變化	+2	-2	+2	+2	-2	-1	+2	+2	-2
平均水準變化	+8.58	+2.17	+5.00	+5.00	+3.33	+3.33	+7.33	+1.67	+1.67
趨勢變化與效果	/ (+) / (+)	/ (+) / (+)	/ (+) / (+)	/ (+) / (+)	/ (+) / (+)	/ (+) / (+)	/ (+) / (+)	/ (+) / (+)	/ (+) / (+)
趨勢穩定度的變化	無變化	無變化	無變化	無變化	無變化	無變化	無變化	無變化	無變化
重疊率	不穩定到穩定	穩定到穩定	不穩定到穩定	不穩定到穩定	不穩定到穩定	穩定到穩定	不穩定到穩定	不穩定到穩定	穩定到穩定
C 值	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%	66.70%	0.00%	0.00%	100.00%	100.00%
Z 值	0.90	0.72	0.85	0.85	0.81	0.81	0.94	0.79	0.79
	3.24**	2.43**	2.86**	2.86**	2.74**	2.74**	3.45**	2.66**	2.66**

註：階段長度是指階段內的資料點數目；「/ (+) / (+)」所代表的意涵為上升（/）的趨向，其意義為進步（+）。

\*\*  $p < .01$ 。



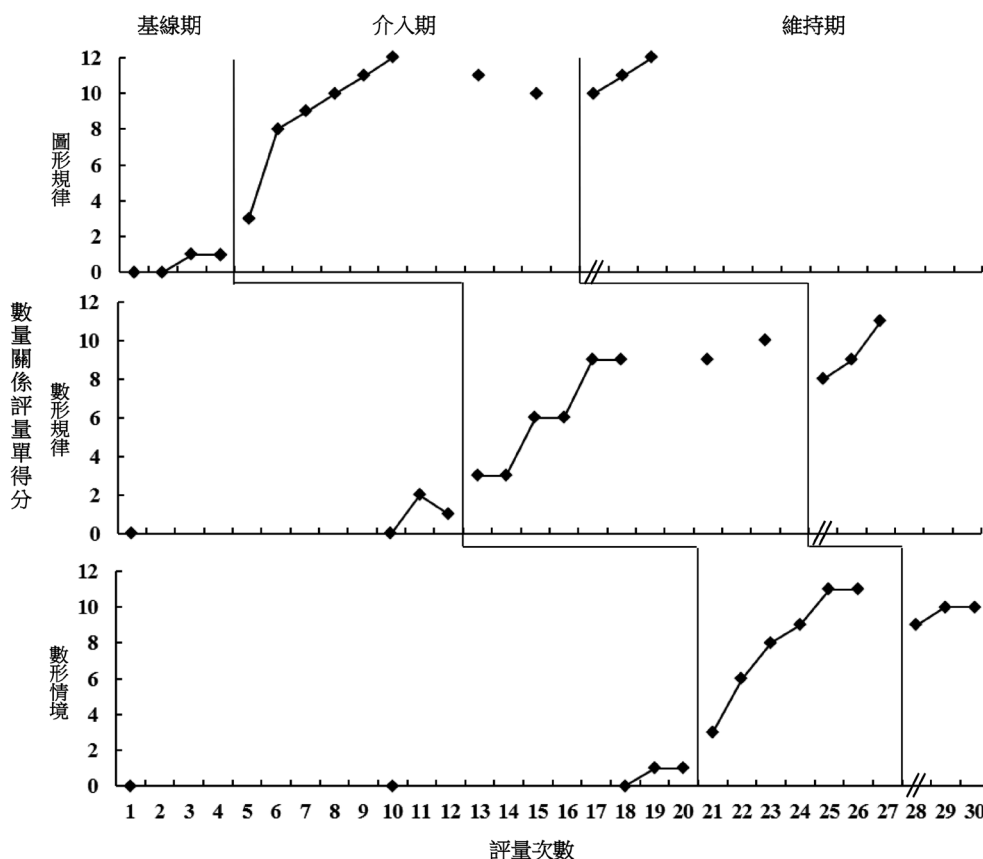


圖 6 參與者數量關係之整體表現曲線圖

表 3

參與者在數量關係之學習成效摘要表

階段行為	立即成效				維持成效			
	平均值	目視分析	C 統計	察覺能力	平均值	目視分析	C 統計	察覺能力
圖形規律	9.25 ▲	Y(S)	Y	二階	11.00 ▲	Y(S)	Y	二階
數形規律	6.88 ▲	Y(S)	Y	一階	9.33 ▲	Y(S)	Y	二階
數形情境	8.00 ▲	Y(S)	Y	一階	9.67 ▲	Y(S)	Y	二階

註：▲表示相較於前階段其平均分數有提升；Y 表示有成效；Y(S) 表示有成效且穩定。

而言，資訊科技教學策略對數量關係學習之立即成效方面，研究參與者之平均值相較於基線期，其平均分數均呈現大幅度提升，目視分析也呈現有成效且穩定狀態，C 統計分析結果亦顯示顯著且正向的成效；維持成效方面，其平均值相較於介入

期，其平均分數均呈現大幅度提升，目視分析與 C 統計分析結果亦顯示對研究參與者學習均有正向成效。

本研究出現基線行為共變現象，即研究參與者在「數形規律」與「數形情境」基線期分別受到「圖形規律」與「數形規

律」實驗教學的影響而產生變化；但在「數形規律」與「數形情境」由基線期進入實驗教學後，研究參與者得分立即躍升並逐漸提升到 9 分與 11 分。Kazdn 於 2011 年指出雖然有基線行為共變的現象，但只要自變項介入後產生明顯快速的改變，則不構成威脅研究內在效度的問題（轉引自鈕文英、吳裕益，2015，頁 63）。因此，本研究依然具有內在效度。

再者，本研究雖然出現基線行為共變現象，但也呼應認知心理學家強調的「平行分配處理」（parallel distributed processing, PDP）或「連結模式」（connectionist models）論點，平行處理的心智結構是網絡，網絡的基本元素是節點，每個節點代表一個概念和其他許多節點相連結，故可以互相激發（鄭麗玉，2009），因此主張知識的表徵方式是採同步的平行處理方式，並藉由辨認連結的型態來處理，經處理過的知識，則被儲存在許多類似神經細胞的處理單位。換言之，當圖形規律的知識表徵在研究參與者的腦中形成時，縱使數形規律尚未進行實驗教學時，研究參與者已能藉由類推方式將數形規律表徵出來，此研究結果也支持人類大腦的知識表徵過程與產物是有系統、組織及結構性的。

最後，透過本研究發現資訊科技融入提問教學策略可有效提升研究參與者在數量關係之學習成效。學童在三種不同數量關係情境下之平均分數相較於前一階段皆相對大幅度提升，且在基線期多數空白未作答的題型，在介入期與維持期中也皆願意去嘗試作答，顯示此教學活動不僅有提升其代數推理能力的成效，且學童對相關類型問題也不再感到畏懼與陌生，並成功地搭起一座從具體算術思維過渡至抽象代數符號概念之堅固橋樑。

## 2. 從解題能力來分析

### (1) 「圖形規律」題型

在圖形規律教學活動中，學童在基線期的平均分數為 0.5 分，其代數推理能力僅停留在直觀的層次，由作答表現與晤談分析可知學童一看到文字題就直覺認為題目難度深、不想看題目，不願去思考與解決相類似問題，導致所有題目皆呈現空白，欠缺對圖形規律與代數符號應具有的基本概念。

在教學活動實施後，其介入期的平均分數大幅度提升到 9.25 分，究其原因為學童已能察覺圖形間隱含的規律，並運用在解決圖形變化關係的問題上，對於文字題也不再認為是艱深難懂，心裡不再排斥數學文字題的形式，且能直觀察覺出圖形重複或不重複變化的規律（具備基礎層次），瞭解到圖形循環的規律關係，故在遞迴層次的問題中，能夠正確推算出數十個圖形的數量，已具備利用圖形規律進行推測的遞迴思考能力（具備一階層次）。維持期的平均分數為 11 分，學童能察覺到已知全部圖形數量，但較不易透過一般式去逆推尋找圖形樣式的數量，但仍可視為具備數學模式化能力（具備二階層次）。

### (2) 「數形規律」題型

在數形規律教學活動中，學童在基線期的平均分數為 0.75 分，其代數推理能力僅停留在直觀的層次，由作答表現與晤談分析可知，若圖形出現數量較簡單時，學童會仿照前一個圖形畫出下一個圖形；若遇到較複雜圖形時，縱使畫出圖形也無法正確數出正確數量，或者索性放棄解題。

在教學活動實施後，其介入期的平均分數大幅度提升到 6.88 分，其原因為

學童已能連結自己所察覺的圖形規律（具備基礎層次），並運用表格方式一一列出其數量關係後察覺變數的存在，進而求得正確的數量，已具備利用數形關係進行推測的遞迴思考能力（具備一階層次），但在數學模式化問題時，仍無法從列式中看出數列中變與不變的規律變化，導致解題失敗。

維持期的平均分數為 9.33 分，學童雖然能從列出的關係式中找尋相同的解題模式，但若遇到較複雜或稍具變化的數形關係圖形時，仍無法察覺到其數列的變化關係，顯示學童在利用未知數符號表示一般式的數學模式化能力（具備二階層次）有待加強。

### (3)「數形情境」題型

在數形情境教學活動中，學童在基線期的平均分數為 0.2 分，其代數推理能力僅停留在直觀的層次，由作答表現與晤談分析可知，學童一看到題目中有大量的文字題，仍無法分辨題目要用何種算術去進行運算，導致所有題目皆呈現空白。

在教學活動實施後，其介入期的平均分數大幅度提升到 8 分，究其原因為學童已能自己所察覺的數形情境中，再據以推測出其總數量（具備基礎層次），並運用其規律去逆推找出圖形樣式的數量或位置，當中若有無法正確回答問題也皆因計算錯誤所造成，故具備利用數形關係進行推測的遞迴思考能力（具備一階層次），但在數學模式化問題時，則能以數學模式化方式列出  $a_n$  和  $n$  之間的關係式，故可視為具備數學模式化能力（具備二階層次）。

維持期的平均分數為 9.67 分，學童雖然能運用其數學模式列出數量關係式來進行解題，但若遇到較複雜或稍具變化的

題目時，習慣以記憶、直觀或自己有限或錯誤的學習經驗等方式來進行解題，以致造成解題上失敗，此乃符應數學學習困難學童最常發生的通病，此點為亟待加強之處。

## (二) 教學活動之實施歷程

透過介入期、維持期與學習單的學習記錄可發現資訊科技教學對學童在數量關係之解題歷程具有正向的影響。

### 1. 資訊科技有助提升學童推理能力

本研究的資訊科技融入教學，考量數學學習困難學童的能力與學習特徵，並結合 ASSURE 教學模式，以使教學更系統化及成效化。為明瞭學童在參與此策略教學後的看法，研究者在實驗教學後訪談班級導師與學童中發現，普通班導師和學童對於使用資訊科技融入提問教學均持正向之態度，導師認為能提升學童的學習意願與學習成效，而學童也認為此種教學方式能簡化數量關係變化，故能提升學習動機，進而增進學業表現。例如，導師表示：「對於學童在接受該教學策略後，其在平日學習測驗中成績有明顯提升，且學童也會主動提出要利用課間時間（午休或下課等）練習數學題目，遇到不懂題目也會積極詢問其解決方法……」；學童本身則表示：「本來不知道數量關係有何規律性存在，但透過電腦方式呈現後，則很清楚看出圖形與數量間的變化，與增加、重覆圖形或數量所在，想不到會如此簡單……」。

從上述學童及導師觀點發現，資訊科技融入教學後可以有效的增進學童在「圖形規律」、「數形規律」與「數形情境」的立即成效，且個案在測驗上的整體表現成績均有顯著提高；相較於基線期的表現，則有明顯提升，且在維持成效的部分

也佳，都能維持先前介入期的水準內，此點支持多數研究者的研究結果（羅綸新、劉宛枚，2012；Chen et al., 2015）。足見，在結合資訊科技教學後，教材內容設計採由淺入深方式，逐步引導學童進行代數推理能力的學習，學童在學習過程中，經由直觀方式察覺其規律性後，再漸進式的轉化為抽象代數符號運用，其不僅有助於建立條理化的思考模式，從中讓學童感到數學學習不再是艱澀難懂的一門科目，從中增進自我內在的成就感及自信心。

## 2. 引導式提問活動能引發學童思考

在教學過程中，研究者藉由引導式提問方式引發學童不斷地嘗試、發表、討論、辨證中，以減少或避免學童進行錯誤假設與摸索，協助建構概念並選擇正確假設，若學童在建構數量相關概念時遭遇困難時，則適時地提供鷹架式協助（例如：直接協助或語言提醒等），使學童藉由其協助而達到正確的表現水準，其最終目的在於將教學內容系統、組織化，以減輕其學習負擔，且在學習過程中指出關鍵性重點所在，以建立學童成功的經驗，進而引發積極、主動的學習動機與意願。

從本教學實驗過程中發現，師生間在不斷地交互辨證、思考等過程中，引導學童進行深層思考，提升學童察覺的技能後，使其掌握問題核心所在，最後自行發展出察覺規律的能力，此乃形成數學模式化能力之根基所在，此從學童學習評量結果可窺知一二。此點也呼應多位研究者的研究結果，在數量關係教學時，教師若能適時的進行教學引導與協助，有助於學童在代數推理概念的理解（陳嘉皇，2007a、2007b；趙曉燕、鍾靜，2010；Chen et al., 2015；Hunter, 2014；Steele, 1999）。

## 3. 有效率解題策略易提升解題成效

研究者在構思教學活動設計時，鑒於六年級學童正值具體運思邁入抽象符號思考之時期，且數學學習困難學童在解題時常面臨許多困難，如：關係句或問句理解錯誤、選擇運算符號困難、注意力與記憶力缺陷、無法計畫與監控解題目標等，因而嘗試利用圖形規律、數形規律與數形情境三個教學活動的情境布題，採簡入繁由具體的圖形規律逐步地引入較高層次的抽象代數符號概念，此不僅符合學童數概念發展階段，更使教學脈絡具連貫性與條理性。

在教學實驗過程中，為了讓學童能透過察覺數量關係以解決不同類型的數形增長樣式問題，以列出一般式，除了提醒學童觀察樣式圖形中「哪裡是不變？哪裡是改變？哪些是固定？哪些是增加？」以引發學童自行察覺數量與圖形間規律變化關係（顯示具備遞迴層次推理能力），更引導學童能擅用「算式或表格」來進行列式，進而能察覺出圖形樣式編號與數量間的對應關係後列出其一般式（顯示具備數學模式化層次推理能力），且學童也能清楚說明其一般式的意義所在。足見老師若能教導學童有效率、多元化與彈性的解題策略，將能大幅提升數學習困難學童在解數學文字題之成效，如同相關研究者的研究指出（趙曉燕、鍾靜，2010；Chen et al., 2015），教師在教學過程中若能適切地教導學童多樣化解題策略，不僅可以提升代數思考層次，亦能促進代數推理能力表現。

## 4. 資訊融入教學激發學童學習興致

該學童以往不喜愛上數學課，究其原因乃上課多採傳統直接講述法，活動內容大多為上課講述、做練習題、訂正錯誤

等，若上課聽不懂也不敢或不想發問，做練習題時不會時也多以抄寫同學答案來解決，如此長期累積造成學習上的挫折感，造成學習數學動機與信心低落，因而導致不喜愛稍具挑戰性題目，或對自己作答沒自信，甚至直接放棄看題目等。

在實驗教學介入後相較於前後上課態度，該學童在學習態度上較顯積極，當師生間不斷進行交互辨證討論過程中，學童不僅會提出自我看法，面對問題時較會思考問題，且對自己無法解答或不確定之處，也會主動提問以尋求解決，從解題成功裡也提升對自我的成就感與自信心，對自我能力也較持肯定態度，相對地也激發學童的學習潛能。研究結果顯示資訊融入教學確實能增長學童的正向學習態度；如同羅綸新與劉宛枚（2012）與 Chen 等人（2015）所做的研究結果指出，教師善用電腦輔助教學，不僅可以提升學童學習動機，更可從中獲得滿足的成就感。

## 伍、結論與建議

### 一、結論

根據本研究之發現，可以歸納出資訊科技融入提問教學對國小六年級數學學習困難學童在數量關係單元之「整體表現」、「圖形規律」、「數形規律」與「數形情境」上均具有立即和維持成效。再者，本研究所提出「資訊科技融入提問教學」的做法及成效，希冀能提供教師一個教學上參考，數學學習困難學童因數學概念低落，除了在覺察、理解或表徵問題結構時易出現困難，同時也存有許多迷失或錯誤概念，教師應善用資訊科技之優勢，採取分段提問方式來協助學童簡化題意，而在提問過程中更應留意每個回應背後存有的想法，並依其回應給予或調整鷹架上

支持，以達最佳的教學成效。

## 二、建議

### （一）教學實務面

#### 1. 遵循學童概念發展層次以設計教學活動

數學學習困難學童常因生理、心理、環境或方法等因素而表現出低成就現象，因此，教師在進行抽象推理層次的課程內容教學時，應先辨識學童的數學先備知識與能力，再遵循學童數概念發展層次，安排由具體到抽象的教學活動及學習歷程。初始時可降低學童認知負荷，之後再逐步引導到高層次的學習內容，以激發學童的認知潛能，進而奠定未來學習函數的基礎。

#### 2. 落實資訊融入課程精神以豐富教學內容

對學習數學無興趣或動機不足學童，常造成學習成效低落，導致排斥或畏懼數學。因此，善用資訊科技輔助其教學，不僅可以提升學童學習意願、自信與參與感，更可從中獲得學習的成就感。然而，資訊科技只是教學輔助利器之一，教師仍應本著以學童為本的教學目標與方法，針對學童個別狀況加以調整、改編或自行設計，再搭配適宜的教學工具，如此方能發揮最大功效。

#### 3. 提供學童適切地引導提問有助解題成效

數學教學不當、學習方法不良等易造成學童數學學習上的困難。因此，教師在建構數概念過程時，更應適切地提供鷹架式的引導提問，一來除了能引發參與動機及減輕學習負擔，二來更可引導學童專注在學習目標及協助釐清迷思概念。然而，雖有鷹架支持，知識最終仍應回歸到學童主體身上，待學童能自我察覺並獲致更深層的數學概念知識時，該鷹架則應逐漸撤離，如此學童潛能才能被激發出來。

## (二) 未來研究面

### 1. 研究方法

未來若個案人數足夠，可參考採用跨參與者多基線或多探測設計，或小組教學方式（例如：小組競賽、同儕學習等），以提升研究的嚴謹度；或可再加入質性研究法，針對學童的學習進行觀察和訪談，以能更確實得知學童實際的學習概況。

### 2. 研究內容

可針對數學科其他題型、單元，或學習內容進行研究，以瞭解資訊科技教學策略對於不同單元、學習內容等方面的學習成效。

### 3. 研究設計

本研究僅分析數學學習困難學童在數學學習成效表現，未來可再深入探討其在解題歷程的解題表現，或錯誤類型的分析，以瞭解教學介入對其學習提升的因果關係。

### 4. 研究對象

本研究對象只有一位學習困難學童，在推論性上有不足之處，未來可將此方法應用到不同年齡層、障礙類別或程度的學童身上，以探討使用資訊科技教學策略是否也具有相同成效。

### 5. 研究評量

在教學評量的設計應仔細評估學童的學習成效，故可設計稍有難度但可達成的測驗來進行探究，以得知教學介入確實成效為何。

## 參考文獻

江凱靈、李心儀（2016）。探究一位國小六年級原住民學生在數的規律問題之規律探究能力與解題表現。*國教新知*，**63**(3)，64-75。doi:10.6701/TEEJ.201609\_63(3).0006

[Jiang, K.-L., & Lee, S.-Y. (2016). A study of regular exploration and problem-solving performance on the pattern of number and shape for an sixth-grade aboriginal student. *The Elementary Education Journal*, *63*(3), 64-75. doi:10.6701/TEEJ.201609\_63(3).0006]

吳昭容、嚴雅筑（2008）。樣式結構與回饋對幼兒發現重複樣式的影響。*科學教育學刊*，**16**，303-324。doi:10.6173/CJSE.2008.1603.04

[Wu, C.-J., & Yen, Y.-C. (2008). The effects of pattern structure and feedback on repeating pattern finding in kindergarten students. *Chinese Journal of Science Education*, *16*, 303-324. doi:10.6173/CJSE.2008.1603.04]

周台傑、蔡宗玫（1997）。國小數學學習障礙學生應用問題解題之研究。*特殊教育學報*，**12**，233-292。

[Chou, T.-J., & Tsai, C.-M. (1997). A study of math problem solving of students with math disability in elementary school. *Journal of Special Education*, *12*, 233-292.]

林壽福（2006）。數學樂園——從胚騰（pattern）學好數學。臺北市：如何。

[Lin, S.-F. (2006). *Mathematical paradise-learn mathematics from pattern*. Taipei: Solutions.]

柯華葳（1999）。基礎數學概念評量。臺北市：行政院國家科學委員會特殊教育工作小組。

[Ko, H.-W. (1999). *Basic Arithmetic Skills*. Taipei: Special Education Unit, National Science Council, Executive Yuan.]

柯華葳、詹益綾（2006）。國民小學（二至六年級）閱讀理解篩選測驗。臺北市：教育部特殊教育小組。

[Ko, H.-W., & Chan, Y.-L. (2006). *Elementary school reading comprehension screening test*

- (K2-K6). Taipei: Special Education Unit, Ministry of Education.]
- 洪麗瑜 (譯) (2012)。學習障礙與其他障礙之學習困難 (原作者: J. W. Lerner & B. Johns)。臺北市: 華騰。(原著出版年: 2011)
- [Lerner, J. W., & Johns, B. (2012). *Learning disabilities and related mild disabilities: Characteristics, teaching strategies* (L.-Y. Hung, Trans.). Taipei: Farternng. (Original work published 2011)]
- 洪麗瑜、王瓊珠、張郁雯、陳秀芬、陳慶順 (2006)。識字量評估測驗。臺北市: 教育部。
- [Hung, L.-Y., Wang, C.-C., Chang, Y.-W., Chen, H.-F., & Chen, C.-S. (2006). *Chinese character lists assessment test*. Taipei: Ministry of Education.]
- 馬秀蘭 (2008)。以 van Hiele 理論探討圖形樣式思考層次之研究。教育研究集刊, 54(1), 49-85。
- [Ma, H.-L. (2008). A study of the thinking levels of pictorial patterns from the viewpoint of van Hiele's theory. *Bulletin of Educational Research*, 54(1), 49-85.]
- 張平東 (1985)。數學學習障礙兒童之補救教育。臺北市: 幼獅文化。
- [Chang, P.-T. (1985). *The remedial instruction of mathematical learning disabilities*. Taipei: Youth.]
- 張英傑、周菊美 (譯) (2005)。中小學數學科教材教法 (原作者: J. A. Van de Walle)。臺北市: 五南。(原著出版年: 1997)
- [Van de Walle, J. A. (2005). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (Y.-J. Zhang & J.-M. Zhou, Trans.). Taipei: Wunan. (Original work published 1997)]
- 張國恩 (1999)。資訊融入各科教學之內涵與實施。資訊與教育, 72, 2-9。
- [Zhang, G.-Z. (1999). The connotation and implementation of integrating information technology into instruction. *Information and Education*, 72, 2-9.]
- 張國恩 (2001)。從學習科技的發展看資訊融入教學的內涵。載於何榮桂、戴維揚 (主編), 資訊教育課程設計 (135-162 頁)。臺北市: 國立臺灣師範大學。
- [Zhang, G.-Z. (2001). Viewing the connotation of integrating information technology into instruction from the development of learning technology. In R.-G. Ho & W.-Y. Dai (Eds.), *Information technology and curriculum design* (pp. 135-162). Taipei: National Taiwan Normal University.]
- 張霄亭 (1999)。視聽教育與教學媒體。臺北市: 五南。
- [Chan, S.-T. (1999). *Audio-visual education and instructional media*. Taipei: Wunan.]
- 張霄亭 (譯) (2002)。教學媒體與學習科技 (原作者: R. Heinich, J. D. Russell, M. Molenda, & S. E. Smaldino)。臺北市: 雙葉書廊。(原著出版年: 2002)
- [Heinich, R., Russell, J. D., Molenda, M., & Smaldino, S. E. (2002). *Instructional media and technologies for learning (7/E)* (S.-T. Chan, Trans.). Taipei: Yehyeh. (Original work published 2002)]
- 教育部 (2008)。國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域。臺北: 作者。取自 [http://teach.eje.edu.tw/data/files/class\\_rules/math.pdf](http://teach.eje.edu.tw/data/files/class_rules/math.pdf)
- [Ministry of Education. (2008). *Grade 1-9 curriculum guidelines: Learning areas of*

- mathematics*. Taipei: Author. Retrieved from [http://teach.eje.edu.tw/data/files/class\\_rules/math.pdf](http://teach.eje.edu.tw/data/files/class_rules/math.pdf)
- 陳貞旬(譯)(2003)。幼兒數學教材教法(原作者: J. V. Copley)。臺北:華騰。(原著出版年:2000)
- [Copley, J. V. (2003). *The young child and mathematics* (J.-S. Chen, Trans.). Taipei: Farterng. (Original work published 2000)]
- 陳嘉皇(2007a)。國小三年級學童代數推理教學與解題表現研究。高雄師大學報, **23**, 125-150。doi:10.7060/KNUJST.200712.0125
- [Chen, C.-H. (2007a). The algebraic reasoning teaching and problem solving performances of third graders. *Kaohsiung Normal University Journal*, *23*, 125-150. doi:10.7060/KNUJST.200712.0125]
- 陳嘉皇(2007b)。學童「圖卡覆蓋」代數推理歷程之研究——以三個個案為例。國民教育研究學報, **19**, 79-107。
- [Chen, C.-H. (2007b). A study on the development process analysis of algebraic reasoning — Three examples from student's cardboard covering. *Journal of Research on Elementary and Secondary Education*, *19*, 79-107.]
- 陳嘉皇(2010)。六年級學生線性樣式問題一般化表現之研究。高雄師大學報, **29**, 63-85。doi:10.7060/KNUJST.201012.0063
- [Chen, C.-H. (2010). A study of the pattern generalization performance on liner problems among the sixth graders. *Kaohsiung Normal University Journal*, *29*, 63-85. doi:10.7060/KNUJST.201012.0063]
- 陳嘉皇(2012)。國小學生數列作業一般化策略運用之研究。臺灣數學教師電子期刊, **30**, 1-34。doi:10.6610/ETJMT.2012.0601.01
- [Chen, C.-H. (2012). A study of the generalization strategies on sequence problems among the elementary school students. *Taiwan Journal of Mathematics Teachers*, *30*, 1-34. doi:10.6610/ETJMT.20120601.01]
- 陳嘉皇(2013)。國小六年級學生運用一般化基模進行圖形規律問題解題之研究。教育科學研究期刊, **58**(1), 59-90。doi:10.3966/2073753X2013035801003
- [Chen, C.-H. (2013). Application of generalization schemas to solve figural pattern problems on sixth graders. *Journal of Research in Education Sciences*, *58*(1), 59-90. doi:10.3966/2073753X2013035801003]
- 康淑娟、劉祥通(2010)。數學提問教學之探討與應用。科學教育月刊, **333**, 2-18。
- [Kang, S.-J., & Liu, S.-T. (2010). The discussion and application of mathematical questioning instruction. *Science Education Monthly*, *333*, 2-18.]
- 郭國清(2006)。以八十二年國小數學課程的精神對國小五年級學童實施小班數形規律單元教學及學童學習歷程之研究(未出版之碩士論文)。國立臺南大學,臺南市。
- [Kuo, K.-C. (2006). *The research of pattern regularity teaching and children learning profile in small class instructional program to 5th grade elementary school students based on the spirit of math course in 1993* (Unpublished master's thesis). National University of Tainan, Tainan.]
- 鈕文英、吳裕益(2015)。單一個案研究法——研究設計與後設分析。新北市:心理。
- [Niew, W.-I., & Wu, Y.-Y. (2015). *Single-case research: Research designs & meta-analysis*. New Taipei City: Psychological.]
- 楊坤堂(2007)。數學學習障礙。臺北市:



- 五南。
- [Yang, K.-T. (2007). *Mathematics learning disabilities*. Taipei: Wunan.]
- 楊坤堂、林美玉、黃貞子、沈易達 (2002)。學習障礙補救教學。臺北市：五南。
- [Yang, K.-T., Lin, M.-Y., Huang, C.-T., & Shen, Y.-D. (2002). *Learning disabilities and remedial instruction*. Taipei: Wunan.]
- 趙曉燕、鍾靜 (2010)。國小六年級學童對圖形樣式問題之解題探究。台灣數學教師電子期刊, 24, 1-23. doi:10.6610/ETJMT.20101201.01
- [Chao, H.-Y., & Chung, J. (2010). The study of problem-solving performance on the pattern of number and shape for sixth grade students. *Taiwan Journal of Mathematics Teachers*, 24, 1-23. doi:10.6610/ETJMT.20101201.01]
- 駐美國代表處教育組 (2016年1月28日)。美國新版教育法案「讓每個學生成功法案」重點。教育部電子報, 702。取自 [https://epaper.edu.tw/windows.aspx?windows\\_sn=17907](https://epaper.edu.tw/windows.aspx?windows_sn=17907)
- [Education Division, Taipei Economic and Cultural Representative Office in the United State. (2016, January 28). The Key Points of New U.S. Education Act: Every Student Succeeds Act. *Ministry of Education E-newsletter*, 702. Retrieved from [https://epaper.edu.tw/windows.aspx?windows\\_sn=17907](https://epaper.edu.tw/windows.aspx?windows_sn=17907)]
- 蔡聰明 (2012)。數學的發現趣談 (修訂三版)。臺北市：三民。
- [Tsai, T.-M. (2012). *Mathematical discovery* (Rev. 3rd ed.). Taipei: Sanmin.]
- 鄭麗玉 (2009)。認知心理學——理論與應用 (第三版)。臺北市：五南。
- [Cheng, L.-Y., (2009). *Cognitive psychology* (3rd ed.). Taipei: Wunan.]
- 羅綸新、劉宛枚 (2012)。個人化文本電腦輔助教學對國小代數文字題學習之影響。課程與教學, 15(1), 233-255。doi:10.6384/CIQ.201201.0234
- [Lwo, L. L. S., & Liu, W.-M. (2012). Effects of personalized contexts in computer-assisted instruction of elementary algebra word problems. *Curriculum & Instruction Quarterly*, 15(1), 233-255. doi:10.6384/CIQ.201201.0234]
- Amadio, M., & Truong, N. (2007). *Worldwide tendencies in the use of the term 'basic education' in K-12 educational programmes at the start of the twenty-first century*. Retrieved from <http://unesdoc.unesco.org/images/0015/001555/155541e.pdf>
- Chen, M.-J., Lee, C.-Y., & Hsu, W.-C. (2015). Influence of mathematical representation and mathematics self-efficacy on the learning effectiveness of fifth graders in pattern reasoning. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 13(1), 1-16.
- Hunter, J. (2014). Developing learning environments which support early algebraic reasoning: A case from a New Zealand primary classroom. *Mathematics Education Research Journal*, 26, 659-682. doi:10.1007/s13394-013-0093-4
- Lerner, J. W. (2000). *Learning disabilities: Theories, diagnosis, and teaching strategies* (8th ed). Boston, MA: Houghton Mifflin.
- Ma, H. L. (2007). The potential of patterning activities to generalization. In J.-H. Woo, H.-C. Lew, K.-S. Park, & D.-Y. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 225-232). Seoul, Korea: The Korean Society of Educational Studies in Mathematics.
- Markworth, K. A. (2016). A repeat look at repeating patterns. *Teaching Children Mathematics*, 23, 22-29. doi:10.5951/teachmath.23.1.0022

- Mason, J. (2000). Asking mathematical questions mathematically. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31, 97-111. doi:10.1080/002073900287426
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers. (2010). *Common core state standards for mathematics*. Retrieved from [http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math\\_Standards1.pdf](http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards1.pdf)
- Owen, A. (1995). In search of the unknown: A review of primary algebra. In J. Anghileri (Ed.), *Children's mathematical thinking in the primary years: Perspectives on children's learning* (pp. 124-147). London, UK: Cassell.
- Resnick, L. B. (1995). Inventing arithmetic: Making children's intuition work in school. In C. A. Nelson (Ed.), *Basic and applied perspectives on learning, cognition, and development* (pp. 75-101). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Steele, D. F. (1999). Observing 4th-grade students as they develop algebraic reasoning through discourse. *Childhood Education*, 76(2), 92-96. doi:10.1080/00094056.2000.10522083